

قراءة البيانات والاحتمالات

دليل الحلول وتفسير الخيارات

ابدأ بمحاولة الأسئلة في أوراق الطالب. قارن طريقتك بهذا الدليل، وحدد سبب الخطأ إن وجد، ثم أعد المحاولة بعد إغلاق الحل. الأرقام هنا تطابق أسئلة الوحدة.

السؤال ١

لدينا 12 بطاقة مرقمة من 1 إلى 12، ونختار بطاقة واحدة بحيث تتساوى فرصة اختيار كل بطاقة. ما احتمال أن يكون رقمها من مضاعفات 3 أو 4؟

الإجابة الصحيحة: ب

1 / 2

الأرقام المطلوبة هي 3 و4 و6 و8 و9 و12. عددها 6 من أصل 12، فيكون الاحتمال $1/2$. العدد 12 ينتمي إلى المجموعتين ويُعد مرة واحدة.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا يعدّ 12 مرتين: مرة ضمن مضاعفات 3 ومرة ضمن مضاعفات 4.
ب. صحيح؛ توجد ست بطاقات مختلفة تحقق أحد الشرطين أو كليهما.
ج. هذا احتمال التقاطع وحده، أي البطاقة 12، بينما المطلوب «أو».
د. هذا يعدّ مضاعفات 3 فقط ويتجاهل البطاقتين 4 و8.

موضع الخلط

عند جمع مضاعفات 3 ومضاعفات 4، لا تعدّ التقاطع مرتين.

السؤال ٢

في نشاط اختياري سُجل الحضور كما في الجدول. اخترنا بالتساوي طالبًا واحدًا من الحاضرين فقط. ما احتمال أن يكون من الفترة المسائية؟

الفترة	حضر	غاب
الصباحية	18	6
المسائية	12	14

الإجابة الصحيحة: د

2 / 5

المقام هو عدد الحاضرين $18 + 12 = 30$. الحاضرون المسائيون 12، فلاحتمال $12 / 30 = 2 / 5$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- هذا يقسم 12 على جميع المسجلين الخمسين، مع أن الاختيار من الحاضرين فقط.
- هذا يقسم 12 على المسائيين الستة والعشرين، فيجب عن الحضور بشرط المسائية، لا العكس.
- وجود فترتين لا يجعل فرصتهما متساويتين؛ عدد الحاضرين فيهما مختلف.
- صحيح؛ 12 حاضرًا مسائيًا من مجموع 30 حاضرًا.

موضع الخلط

الشرط «من الحاضرين فقط» يحدد المقام؛ الغائبون خارج مجموعة الاختيار.

السؤال ٣

من بين 20 طالبًا، يشارك 12 في نادي القراءة و 9 في نادي الروبوت، ومنهم 5 يشاركون في الناديين. نختار طالبًا بالتساوي من العشرين. ما احتمال مشاركته في نادٍ واحد على الأقل من هذين الناديين؟

الإجابة الصحيحة: أ

4 / 5

عدد المشاركين في نادٍ واحد على الأقل $12 + 9 - 5 = 16$ ، لأن الخمسة المشتركين عُدوا مرتين. الاحتمال $16 / 20 = 4 / 5$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. صحيح؛ اتحاد المجموعتين يضم 16 طالبًا مختلفًا.
ب. هذا يجمع العددين دون طرح المشتركين، كما أنه يعطي احتمالًا أكبر من 1.
ج. هذه حصة المشاركين في الناديين فقط، وليست الاتحاد.
د. هذا احتمال ألا يشارك الطالب في أي من الناديين، وهو متمم المطلوب.

موضع الخلط

«على الأقل واحد» تشمل المشاركين في الناديين؛ لا تعني «واحد فقط».

السؤال ٤

قرص دوار مقسم إلى أربعة قطاعات متساوية، ويفترض النموذج تساوي فرصة الوقوف في كل قطاع. قطاعان أحمران، وقطاع أخضر، وقطاع أزرق. ما احتمال الوقوف على الأحمر في دورة واحدة؟

الإجابة الصحيحة: ج

1 / 2

هناك قطاعان أحمران من أربعة قطاعات متساوية الفرصة. الاحتمال $1/2 = 2/4$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا يقسم بالتساوي على أسماء الألوان، مع أن الأحمر يشغل ضعف مساحة كل لون آخر.
- ب. هذا احتمال قطاع واحد فقط؛ الأحمر يشغل قطاعين.
- ج. صحيح؛ نصف القطاعات أحمر وفق فرض تساوي الفرص.
- د. هذا يضع عدد الألوان في المقام وعدد القطاعات الحمراء في البسط، فيخلط وحدتي العدد.

موضع الخطأ

الألوان الثلاثة ليست متساوية الفرصة؛ اللون الأحمر يشغل قطاعين.

السؤال هـ

لدينا أربع قطع مرقمة من 1 إلى 4. نسحب قطعة بالتساوي، ثم نعيدها ونخلط ونسحب مستقلاً مرة ثانية. ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين 5؟

الإجابة الصحيحة: أ

1 / 4

عدد الأزواج المرتبة المتساوية الاحتمال $4 \times 4 = 16$. توجد أربعة مسارات تحقق المطلوب: 1 ثم 4؛ أو 2 ثم 3؛ أو 3 ثم 2؛ أو 4 ثم 1. إذن الاحتمال $1 / 4 = 4 / 16$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. صحيح؛ أربعة أزواج من أصل ستة عشر تحقق المجموع 5.
ب. هذا يفترض أن المجاميع السبعة متساوية الاحتمال، وهو غير صحيح.
ج. هذا يقلل المقام إلى 8 بجمع 4 و4؛ عدد الأزواج يساوي حاصل الضرب.
د. هذا يعد زوجاً واحداً فقط، مع أن المجموع 5 يتحقق بأربعة أزواج.

موضع الخلط

المجاميع من 2 إلى 8 ليست متساوية الاحتمال؛ وحدة العد هنا الزوج المرتب.

السؤال ٦

كيس فيه 3 قطع بيضاء وقطعتان سوداوان، كلها متساوية فرصة السحب. نسحب قطعتين متتاليتين دون إرجاع. ما احتمال أن تكونا بيضاوين؟

الإجابة الصحيحة: ب

3 / 10

احتمال البيضاء أولاً $3 / 5$. بعد سحبها يبقى بيضاوان من أربع قطع، فيكون الاحتمال الكلي $3 / 10 = 3 / 5 \times 2 / 4$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا احتمال سحبتين مع الإرجاع والاختيار المستقل، خلاف الشرط.
- ب. صحيح؛ 6 أزواج مرتبة بيضاء من مجموع 20 زوجاً ممكناً.
- ج. هذا احتمال السحب الأول فقط، وليس تحقق الشرط في السحبتين.
- د. هذا يستخدم $1 / 4$ للسحب الثاني، كأن البيضاء المتبقية واحدة؛ بعد السحب الأول تبقى قطعتان بيضاوان من أربع.

موضع الخلط

دون إرجاع ينقص عدد القطع البيضاء والعدد الكلي بعد تحقق السحب الأبيض الأول.

السؤال ٧

كيس فيه 3 قطع بيضاء وقطعتان سوداوان، كلها متساوية فرصة السحب. نسحب قطعة ثم نعيدها ونخلط، ونسحب مستقلاً مرة ثانية. ما احتمال أن تكون القطعة بيضاء في السحبتين؟

الإجابة الصحيحة: د

9 / 25

مع الإرجاع والخلط يبقى احتمال البيضاء 3 / 5 في كل سحب مستقل. نضرب الاحتمالين:
 $3 / 5 \times 3 / 5 = 9 / 25$

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذه نتيجة السحب دون إرجاع، بينما القطعة تعاد هنا.
ب. هذا يجمع الاحتمالين بدل حساب تحققهما معاً، ويعطي قيمة أكبر من 1.
ج. هذا ينقص عدد القطع البيضاء في السحب الثاني لكنه يبقي الكل 5؛ الإرجاع يعيد الاثنين كما كانا.
د. صحيح؛ هناك 9 أزواج بيضاء من مجموع 25 زوجاً مرتباً متساوي الفرصة.

موضع الخلط

الإرجاع يعيد القطعة إلى مجموعة الاختيار؛ لا تنقص البسط أو المقام في السحب الثاني.

السؤال ٨

يختار الطالب لونًا واحدًا من 3 ألوان، وحجمًا واحدًا من 4 أحجام. جميع تركيبات اللون والحجم متاحة. كم تصميمًا مختلفًا يمكنه اختياره؟

الإجابة الصحيحة: ج

12

لكل لون أربعة أحجام ممكنة. نعدّ $4 + 4 + 4 = 12$ تصميمًا، أو نحسب 3×4 .

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا مجموع عدد الألوان والأحجام، وليس عدد التركيبات بينهما.
- ب. هذا يضاعف كل تركيب بلا سبب؛ اختيار اللون والحجم لا ينتج تصميمًا جديدًا عند عكس ترتيب الاختيار.
- ج. صحيح؛ ثلاث مجموعات، في كل منها أربعة تصاميم مختلفة.
- د. هذا عدد الأحجام للون واحد فقط، ويهمل اللونين الآخرين.

موضع الخط

نختار لونًا وحجمًا معًا، فنعدّ الأزواج ولا نجمع عدد الخيارات المنفصلة.

السؤال ٩

رسم عمودان لقيمتين 48 و 56، لكن المحور الرأسي بدأ من 40؛ فظهر ارتفاعاهما 8 و 16. ما نسبة القيمة الثانية إلى الأولى اعتمادًا على البيانات الفعلية؟

الإجابة الصحيحة: ج

7 / 6

نسبة القيمتين الفعليتين $7 / 6 = 56 / 48$. نسبة الارتفاعين الظاهرين $2 = 16 / 8$ لا تمثل نسبة القيم لأن المحور لا يبدأ من الصفر.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا يقارن ارتفاعي العمودين فوق 40 فقط، لا القيمتين الكاملتين.
 ب. هذه نسبة الزيادة 8 إلى الأصل 48، وليست نسبة القيمة الجديدة كلها إلى القديمة.
 ج. صحيح؛ $56 / 48$ تختزل إلى $7 / 6$.
 د. هذه نسبة الأولى إلى الثانية، وهي عكس الاتجاه المطلوب.

موضع الخلط

بداية المحور المبتورة تغيّر مقارنة أطوال الأعمدة؛ اقرأ القيم الأصلية قبل الحكم.

السؤال ١٠

في 60 تجربة، وقع حدث معين 18 مرة. أي عبارة تفسر هذه النتيجة بدقة دون معلومات إضافية؟

الإجابة الصحيحة: أ

تكراره النسبي في هذه التجارب 30%، ولا يضمن عددًا ثابتًا في التجارب التالية

التكرار النسبي المشاهد $0.30 = 18 \div 60$ ، أي 30%. هذه قيمة محسوبة من التجارب المذكورة؛ لا تكفي وحدها للجزم بالاحتمال النظري ولا تضمن ثلاث مرات في كل عشر تجارب.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ العبارة تفصل النسبة المحسوبة من البيانات عن الضمان المستقبلي.

ب. التكرار النسبي في عينة لا يثبت وحده قيمة الاحتمال النظري بيقين.

ج. حتى مع احتمال ثابت، قد يختلف عدد مرات الحدث في مجموعة صغيرة من التجارب.

د. 18 عدد مرات الوقوع؛ لتحويله إلى نسبة نقسمه على 60 ثم نضرب في 100.

موضع الخلط

الملاحظات تلخص ما حدث في العينة، وليست وعدًا بنتائج مجموعة لاحقة.

أمثلة ورسوم وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

Math in Society – الاحتمالات

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6. الصفحات المطبوعة 279–288 تعرض النتائج المتساوية الفرص والاتحاد والاحتمال المشروط. لا نعيد نشر أمثلة المرجع.

www.opentextbookstore.com

Math in Society – وصف البيانات

مرجع إنجليزي لفهوم المتوسط وقراءة البيانات، إصدار 2.6. يذكر الفصل David Lippman و Jeff Eldridge و OnlineStatBook في إسناده. الأمثلة والأسئلة العربية هنا أصلية.

www.opentextbookstore.com

Illustrative Mathematics – التجارب متعددة الخطوات

مرجع إنجليزي لتمثيل فضاء النتائج بالقوائم والجداول ومراجعة شروط السحب. أسئلة هلا وجدولها التفاعلي أصليان.

im.kendallhunt.com