

قراءة البيانات والاحتمالات

حدد المجموعة التي تختار منها، ثم عدّ النتائج دون تكرار

تعلم الفكرة، ثم جرّب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أقرأ الجدول أو الرسم مع عنوانه ووحدته ومقام المقارنة.
أعدّ النتائج المتساوية الاحتمال وأميز الاتحاد من التقاطع.
أحدّث الاحتمال عند الإرجاع أو عدمه، وأفصل التكرار المشاهد عن الضمان.

المقام يصف عالم الاختيار

عندما تكون النتائج الفردية متساوية الاحتمال، نقسم عدد النتائج المطلوبة على عدد النتائج الممكنة. لا نفترض أن أسماء الفئات متساوية الفرص؛ قد تضم فئة أفرادًا أكثر من أخرى. وإذا قيّد الاختيار بشرط، نحصر المقام في الأفراد الذين يحققونه.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. اقرأ عنوان الجدول ووحداته. في الرسم، افحص تدريج المحور وبدايته؛ قارن القيم المكتوبة لا ارتفاعاً مبتوراً وحده.
٢. حدد المجموعة الممكنة والشرط المطلوب. لا تستخدم كل المشاركين مقاماً إذا كان الاختيار من الحاضرين فقط.
٣. في عبارة «أو»، احسب كل نتيجة مرة واحدة، واطرح التقاطع إن جمعته مرتين. وفي «على الأقل واحد»، قد يسهل طرح احتمال عدم حدوث أي منهما من 1.
٤. في خطوتين، اكتب قائمة أو جدولاً للنتائج المرتبة. دون إرجاع يتغير العدد المتاح؛ ومع الإرجاع والخلط والاختيار المستقل يبقى التوزيع نفسه.
٥. تحقق أن الاحتمال بين 0 و1. التكرار النسبي هو عدد مرات الحدث على عدد التجارب؛ لا يضمن عدداً معيناً في تجارب لاحقة.

موضع الخلط

«عشوائي» لا تعني أن كل الفئات متساوية الاحتمال. كذلك مجموع رقمي سحبتيين قد يتحقق بأكثر من زوج؛ عدد الأزواج المتساوية الفرص، لا أسماء المجاميع وحدها.

مثال محلول ١

غَيِّرِ المقام عندما يتغير الشرط

يسجل الجدول إكمال نشاط تعليمي. نختار بالتساوي طالبًا واحدًا من الذين أكملوا النشاط فقط. ما احتمال أن يكون من المجموعة المسائية؟

المجموعة	أكمل	لم يكمل
الصباحية	16	4
المسائية	9	11

خطوات الحل

الشرط يحصر الاختيار في الذين أكملوا: $16 + 9 = 25$ طالبًا.
من هذه المجموعة، 9 طلاب مسائيون. الاحتمال $9 / 25 = 36\%$.
القسمة على 20 تجيب عن نسبة المكملين داخل المسائية، وهي مسألة مختلفة.

النتيجة

25 / 9، أي 36%

تحقق من المعنى

الاختيار ليس من الأربعين كلهم، ولا من المسائية وحدها. دَوِّنِ مجموعة المقام بالكلمات: جميع الذين أكملوا النشاط.
بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

السحب الثاني يرى مجموعة جديدة

كيس فيه 4 قطع مثلثة و 3 قطع دائرية، متساوية فرصة السحب. نسحب قطعتين متتاليتين دون إرجاع. ما احتمال أن تكونا مثلثتين؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

إذا كانت القطعة الأولى مثلثة، فكم قطعة تبقى إجمالاً قبل السحب الثاني؟

أ. 7

ب. 6

ج. 3

خطوات الحل

احتمال أن تكون الأولى مثلثة 4 / 7.

بعد سحب مثلث، يبقى 3 مثلثات ضمن 6 قطع. احتمال المثلث في السحب الثاني عند تحقق الأول 3 / 6.

احتمال المسار كله $4 / 7 \times 3 / 6 = 2 / 7$.

النتيجة

2 / 7

تحقق من المعنى

هناك $42 = 7 \times 6$ زوجاً مرتباً من القطع المميزة، منها $12 = 4 \times 3$ زوج مثلثات. إذن $2 / 7 = 12 / 42$. مع الإرجاع والاختيار المستقل يصبح الاحتمال $16 / 49$ ، لذا يجب قراءة الشرط.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفّر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

لدينا 12 بطاقة مرقمة من 1 إلى 12، ونختار بطاقة واحدة بحيث تتساوى فرصة اختيار كل بطاقة. ما احتمال أن يكون رقمها من مضاعفات 3 أو 4؟

أ. 7 / 12

ب. 1 / 2

ج. 1 / 12

د. 1 / 3

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

في نشاط اختياري سُجل الحضور كما في الجدول. اخترنا بالتساوي طالبًا واحدًا من الحاضرين فقط. ما احتمال أن يكون من الفترة المسائية؟

الفترة	حضر	غاب
الصباحية	18	6
المسائية	12	14

أ. 6 / 25

ب. 6 / 13

ج. 1 / 2

د. 2 / 5

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

من بين 20 طالبًا، يشارك 12 في نادي القراءة و9 في نادي الروبوت، ومنهم 5 يشاركون في الناديين. نختار طالبًا بالتساوي من العشرين. ما احتمال مشاركته في نادٍ واحد على الأقل من هذين الناديين؟

أ. 4 / 5

ب. 21 / 20

ج. 1 / 4

د. 1 / 5

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

قرص دوّار مقسم إلى أربعة قطاعات متساوية، ويفترض النموذج تساوي فرصة الوقوف في كل قطاع. قطاعان أحمران، وقطاع أخضر، وقطاع أزرق. ما احتمال الوقوف على الأحمر في دورة واحدة؟

أ. $1/3$ ب. $1/4$ ج. $1/2$ د. $2/3$

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

لدينا أربع قطع مرقمة من 1 إلى 4. نسحب قطعة بالتساوي، ثم نعيدها ونخلط ونسحب مستقلاً مرة ثانية. ما احتمال أن يكون مجموع الرقمين 5؟

أ. $1/4$ ب. $1/7$ ج. $1/2$ د. $1/16$

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

كيس فيه 3 قطع بيضاء وقطعتان سوداوان، كلها متساوية فرصة السحب. نسحب قطعتين متتاليتين دون إرجاع. ما احتمال أن تكونا بيضاوين؟

أ. 9 / 25

ب. 3 / 10

ج. 3 / 5

د. 3 / 20

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

كيس فيه 3 قطع بيضاء وقطعتان سوداوان، كلها متساوية فرصة السحب. نسحب قطعة ثم نعيدها ونخلط، ونسحب مستقلاً مرة ثانية. ما احتمال أن تكون القطعة بيضاء في السحبتين؟

أ. 3 / 10

ب. 6 / 5

ج. 6 / 25

د. 9 / 25

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

يختار الطالب لونًا واحدًا من 3 ألوان، وحجمًا واحدًا من 4 أحجام. جميع تركيبات اللون والحجم متاحة. كم تصميمًا مختلفًا يمكنه اختياره؟

أ. 7

ب. 24

ج. 12

د. 4

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

رسم عمودان لقيمتين 48 و 56، لكن المحور الرأسي بدأ من 40؛ فظهر ارتفاعاهما 8 و 16. ما نسبة القيمة الثانية إلى الأولى اعتمادًا على البيانات الفعلية؟

أ. 2

ب. 6 / 1

ج. 6 / 7

د. 7 / 6

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

- في 60 تجربة، وقع حدث معين 18 مرة. أي عبارة تفسر هذه النتيجة بدقة دون معلومات إضافية؟
- أ. تكراره النسبي في هذه التجارب 30%، ولا يضمن عددًا ثابتًا في التجارب التالية
- ب. احتمال النظري يساوي 30% يقينًا
- ج. لا بد أن يقع 3 مرات بالضبط في كل 10 تجارب تالية
- د. تكراره النسبي 18% لأن عدد مرات وقوعه 18

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

هل الفئات «مجموع صغير، مجموع متوسط، مجموع كبير» متساوية الاحتمال لمجرد أنها ثلاث فئات؟ لا؛ يجب معرفة عدد الأزواج التي تقع في كل فئة. وكذلك لا تعني نسبة نجاح مشاهدة قدرها 30% أن التجارب العشر التالية ستتضمن ثلاثة نجاحات حتمًا.

بعد التصحيح: ماذا ستغير؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجرها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.

غذاً: اكتب مقام مسألة احتمال بالكلمات قبل الأرقام.

بعد ثلاثة أيام: عدّ الأزواج الممكنة لسحبتين مع الإرجاع ودونه.

بعد أسبوع: اصنع مثالاً يتغير فيه الاحتمال عند تبديل الشرط، مع بقاء البيانات نفسها.

أمثلة ورسوم وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

Math in Society – الاحتمالات

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6. الصفحات المطبوعة 279–288 تعرض النتائج المتساوية الفرص والاتحاد والاحتمال المشروط. لا نعيد نشر أمثلة المرجع.

www.opentextbookstore.com

Math in Society – وصف البيانات

مرجع إنجليزي لفهوم المتوسط وقراءة البيانات، إصدار 2.6. يذكر الفصل David Lippman و Jeff Eldridge و OnlineStatBook في إسناده. الأمثلة والأسئلة العربية هنا أصلية.

www.opentextbookstore.com

Illustrative Mathematics – التجارب متعددة الخطوات

مرجع إنجليزي لتمثيل فضاء النتائج بالقوائم والجداول ومراجعة شروط السحب. أسئلة هلا وجدولها التفاعلي أصليان.

im.kendallhunt.com