

القواسم والمضاعفات والبواقي

دليل الحلول وتفسير الخيارات

ابدأ بمحاولة الأسئلة في أوراق الطالب. قارن طريقتك بهذا الدليل، وحدد سبب الخطأ إن وجد، ثم أعد المحاولة بعد إغلاق الحل. الأرقام هنا تطابق أسئلة الوحدة.

السؤال ١

أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 9 دون باقٍ؟

الإجابة الصحيحة: أ

234

مجموع أرقام 234 هو $2 + 3 + 4 = 9$ ، فيقبل القسمة على 9. مجاميع أرقام البدائل الأخرى 10 و11 و8، فلا تقبل القسمة على 9.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. صحيح؛ $234 = 9 \times 26$ ، ولا يتبقى شيء.
ب. مجموع أرقامه 10، وهو ليس مضاعفًا للعدد 9.
ج. مجموع أرقامه 11، وهو ليس مضاعفًا للعدد 9.
د. مجموع أرقامه 8؛ قرب المجموع من 9 لا يكفي.

موضع الخلط

اختبار القسمة على 9 يعتمد على مجموع الأرقام، لا على كون العدد زوجيًا أو كبيّرًا.

السؤال ٢

أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 4 دون باقي؟

الإجابة الصحيحة: د

1332

نختبر آخر رقمين: 34 و 26 و 18 لا تقبل القسمة على 4، أما 32 فتساوي 4×8 . لذلك يقبل 1332 القسمة على 4.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. العدد 34 في آخره يترك باقيًا 2 عند قسمته على 4.
- ب. العدد 26 في آخره يترك باقيًا 2 عند قسمته على 4.
- ج. العدد 18 في آخره يترك باقيًا 2 عند قسمته على 4.
- د. صحيح؛ آخر رقمين يكونان 32، وهو مضاعف للعدد 4.

موضع الخط

كون العدد زوجيًا يضمن القسمة على 2 فقط، ولا يضمن القسمة على 4.

السؤال ٣

عدد من ثلاث خانات: رقم المئات 4، ورقم الآحاد 2. ما رقم العشرات الذي يجعله يقبل القسمة على 9؟

الإجابة الصحيحة: ج

3

مجموع الرقمين المعروفين 6. نحتاج إلى رقم يجعل مجموع الأرقام مضاعفًا للعدد 9. الرقم 3 يعطي مجموعًا 9، والعدد 432 يقبل القسمة على 9.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. يعطي مجموع أرقام 7، فلا يتحقق شرط القسمة على 9.
- ب. يعطي مجموع أرقام 12؛ يقبل العدد القسمة على 3، لكن ليس على 9.
- ج. صحيح؛ $9 = 2 + 3 + 4$ ، و $432 = 9 \times 48$.
- د. يعطي مجموع أرقام 15، وهو ليس مضاعفًا للعدد 9.

موضع الخط

رقم العشرات رقم واحد بين الصفر والتسعة، وليس أي عدد نختاره.

السؤال ٤

نريد تقطيع شريطين طولهما 36 مترًا و48 مترًا إلى قطع متساوية في الطول دون بقايا. ما أكبر طول ممكن لكل قطعة؟

الإجابة الصحيحة: ب

12 مترًا

أكبر عدد يقسم 36 و48 دون باقي هو 12. ينتج من الأول ثلاث قطع ومن الثاني أربع قطع، كلها بطول 12 مترًا.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. ستة أمتار طول صالح، لكنه ليس الأكبر؛ يمكن اختيار 12 مترًا.
ب. صحيح؛ $36 = 3 \times 12$ و $48 = 4 \times 12$ ، ولا يوجد قاسم مشترك أكبر.
ج. يقسم 48 لكنه لا يقسم 36 دون باقي، فلا يصلح للشريطين.
د. هذا مجموع الطولين، وهو أطول من كل شريط ولا يمثل تقسيمًا لهما.

موضع الخط

السؤال عن أكبر قاسم مشترك، لا مجموع الطولين ولا أحد أطوالهما.

السؤال ٥

يصدر جهاز إشارة كل 12 دقيقة، ويصدر آخر إشارة كل 18 دقيقة بانتظام. أصدرنا إشارة معًا الآن. بعد كم دقيقة يصدرانها معًا للمرة التالية؟

الإجابة الصحيحة: ج

36 دقيقة

مضاعفات 12 تبدأ بـ 12 ثم 24 ثم 36؛ ومضاعفات 18 تبدأ بـ 18 ثم 36. أول مضاعف مشترك موجب 36 دقيقة.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا أكبر قاسم مشترك، ولم يكمل أي جهاز دورته الأولى بعد ست دقائق.
 ب. هذا مجموع العددين، ولا يقبل القسمة على 12 أو 18.
 ج. صحيح؛ أكمل الأول ثلاث دورات والثاني دورتين.
 د. هذا موعد مشترك لاحق، لكنهما يصدران الإشارة معًا قبل ذلك عند 36 دقيقة.

موضع الخلط

وجود موعد مشترك لا يكفي إذا كان السؤال عن أول موعد بعد البداية.

السؤال ٦

عدد صحيح موجب باقي قسمته على 7 هو 5. ما باقي قسمة العدد الناتج بعد إضافة 4 إليه على 7؟

الإجابة الصحيحة: ب

2

الأجزاء القابلة للقسمة على 7 لا تغير الباقي. نجمع $5 + 4 = 9$ ، ثم نكون مجموعة جديدة من 7، فيبقى 2.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا مجموع 5 و4 قبل تكوين مجموعة كاملة جديدة؛ الباقي لا يمكن أن يبلغ 7 أو يزيد عليه.
 ب. صحيح؛ $2 + 1 \times 7 = 9$ ، فالباقي الجديد 2.
 ج. هذا فرق 5 و4، بينما العملية المطلوبة إضافة 4.
 د. هذا الباقي القديم؛ إضافة 4 تغيره في هذه الحالة.

موضع الخلط

قد يتجاوز مجموع الباقي والزيادة المقسوم عليه؛ يجب إعادة اختزاله إلى باقي صالح.

السؤال ٧

عدد صحيح موجب باقي قسمته على 6 هو 4. ما باقي قسمة ثلاثة أمثال هذا العدد على 6؟

الإجابة الصحيحة: د

0

نضرب الباقي في ثلاثة فنحصل على 12، وهو مضاعف للعدد 6. لذلك يكون باقي القسمة صفرًا.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا عدد المجموعات الكاملة من 6 داخل 12، وليس ما يتبقى منها.

ب. هذا الباقي الأصلي قبل ضرب العدد في ثلاثة.

ج. هذا ناتج ضرب الباقي قبل اختزاله؛ 12 لا يصلح باقيًا عند القسمة على 6.

د. صحيح؛ $12 = 6 \times 2$ ولا يبقى شيء.

موضع الخطأ

ضرب الباقي يعطي خطوة وسيطة؛ النتيجة النهائية يجب أن تكون أصغر من المقسوم عليه.

السؤال ٨

عدد صحيح أكبر من 40 وأصغر من 70، باقي قسمته على 8 هو 3، ويقبل القسمة على 3 دون باقي. ما العدد؟

الإجابة الصحيحة: أ

51

الأعداد في المجال التي باقي قسمتها على 8 يساوي 3 هي 43 و51 و59 و67. منها 51 وحده يقبل القسمة على 3 لأن مجموع رقميه 6.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ $51 = 8 \times 6 + 3$ ، كما أن $51 = 3 \times 17$.

ب. باقيه على 8 صحيح، لكن مجموع رقميه 7 فلا يقبل القسمة على 3.

ج. باقيه على 8 صحيح، لكن مجموع رقميه 14 فلا يقبل القسمة على 3.

د. باقيه على 8 صحيح، لكن مجموع رقميه 13 فلا يقبل القسمة على 3.

موضع الخطأ

يجب أن يحقق العدد الشرطين معًا، لا شرط الباقي فقط.

السؤال ٩

ما أصغر عدد صحيح أكبر من 1 يكون باقي قسمته على 4 هو 1، وباقي قسمته على 6 هو 1 أيضًا؟

الإجابة الصحيحة: د

13

إذا طرحنا 1 من العدد حصلنا على مضاعف مشترك موجب للعددين 4 و 6. أصغر مضاعف مشترك هو 12، فالعدد المطلوب $12 + 1 = 13$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. باقيه عند القسمة على 6 يساوي 1، لكن باقيه عند القسمة على 4 يساوي 3.

ب. يحقق الشرطين، لكنه ليس الأصغر؛ العدد 13 يسبقه ويحقق الشرطين.

ج. يقبل القسمة على 4 و 6 دون باقي؛ نحتاج إلى إضافة 1.

د. صحيح؛ $13 = 4 \times 3 + 1$ و $13 = 6 \times 2 + 1$.

موضع الخلط

الشرط أكبر من 1 يستبعد الحل 1، وطلب الأصغر يستبعد الحلول اللاحقة.

السؤال ١٠

عند قسمة 53 على 7 قسمة صحيحة مع باقي، أي وصف صحيح؟

الإجابة الصحيحة: ج

خارج القسمة 7 والباقي 4

$53 = 7 \times 7 + 4$. الباقي 4 غير سالب وأصغر من 7، لذلك خارج القسمة 7 والباقي 4.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. المساواة $53 = 7 \times 6 + 11$ صحيحة، لكن 11 أكبر من المقسوم عليه فلا يصلح باقيًا.

ب. المساواة $53 = 7 \times 8 - 3$ صحيحة، لكن الباقي في هذه القسمة لا يكون سالبًا.

ج. صحيح؛ المساواة وحدود الباقي تتحققان معًا.

د. هذه القيم تعطي $56 = 7 \times 7 + 7$ ، كما أن الباقي لا يجوز أن يساوي المقسوم عليه.

موضع الخلط

حتى إذا أعادت المساواة العدد 53، لا يكون الوصف قسمة صحيحة مع باقي ما لم تتحقق حدود الباقي.

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

القواسم والمضاعفات المشتركة — Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي بالإنجليزية يميز اختيار القاسم المشترك من اختيار المضاعف المشترك بحسب الموقف. أمثلتنا وأسئلتنا أصلية.

im.kendallhunt.com

بأقي القسمة — Math in Society

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6. راجع بداية فقرة Modular arithmetic في الصفحة المرقمة 396؛ بقية الفصل ليست مطلوبة لهذا الدرس.

www.opentextbookstore.com