

القواسم والمضاعفات والبواقي

اختر العلاقة المناسبة، وتحقق من معنى الباقي

تعلم الفكرة، ثم جرب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أميز مسألة القاسم المشترك الأكبر من مسألة المضاعف المشترك الأصغر.

أستخدم قواعد بسيطة لاختبار قابلية القسمة.

أتحقق من أن الباقي عدد صحيح غير سالب وأصغر من المقسوم عليه.

المجموعات الكاملة وما يتبقى منها

عند توزيع 29 قطعة في مجموعات من 6، نحصل على أربع مجموعات كاملة وخمس قطع متبقية:

$29 = 6 \times 4 + 5$. لا يكون الباقي 6 أو أكثر؛ عندها نستطيع تكوين مجموعة كاملة أخرى. القاسم يقسم

العدد دون باقٍ، والمضاعف ينتج من ضرب العدد في عدد صحيح. نبحث عن قاسم مشترك لتقسيم كميات،

وعن مضاعف مشترك للعثور على عدد أو موعد يتكرر معًا.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. للقسمة على 3 أو 9 اختبر مجموع الأرقام؛ وللقسمة على 4 اختبر العدد المكوّن من آخر رقمين.
٢. لأكبر طول قطع متساوية بلا بقايا، ابحث عن أكبر قاسم مشترك للأطوال.
٣. لأول تزامن موجب بين دورتين منتظمتين، ابحث عن أصغر مضاعف مشترك للمدتين.
٤. في مسائل البواقي، اكتب العدد على صورة: المقسوم عليه مضروباً في خارج القسمة، ثم الباقي. تحقق من الحدين: الباقي غير سالب وأصغر من المقسوم عليه.
٥. عند إضافة عدد إلى الباقي أو ضربه، أعد القسمة إذا نتجت مجموعة كاملة جديدة.

موضع الخلط

القاسم المشترك الأكبر لا يحدد أول موعد للتزامن. كما أن كتابة مساواة صحيحة لا تكفي للقسمة مع الباقي؛ يجب أن يحقق الباقي حدوده.

مثال محلول ١

أكبر طول متساوٍ دون هدر

لدينا شريطان طولهما 30 مترًا و42 مترًا. نريد تقطيعهما إلى قطع متساوية في الطول دون أي بقايا. ما أكبر طول ممكن للقطعة؟

خطوات الحل

طول القطعة يجب أن يقسم 30 و42 معًا دون باقٍ.

القواسم المشتركة هي 1 و2 و3 و6؛ أكبرها 6.

طول كل قطعة 6 أمتار. ينتج من الأول 5 قطع ومن الثاني 7 قطع.

النتيجة

6 أمتار

تحقق من المعنى

$30 = 5 \times 6$ و $42 = 7 \times 6$. لا يوجد قاسم مشترك أكبر من 6، لذلك لا نستطيع اختيار قطعة أطول مع بقاء الشرطين.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

أول تزامن بعد البداية

يومض ضوء كل 14 ثانية، وآخر كل 21 ثانية بانتظام. إذا ومضا معًا الآن، فبعد كم ثانية يومضان معًا للمرة التالية؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

أي وصف يحدد الزمن الذي نبحث عنه؟

أ. أصغر عدد موجب يقبل القسمة على المديتين

ب. أكبر قاسم مشترك للمديتين

ج. مجموع المديتين

خطوات الحل

مواعيد الأول بعد البداية: 14 ثم 28 ثم 42 ثانية.

مواعيد الثاني بعد البداية: 21 ثم 42 ثانية.

أصغر موعد مشترك موجب هو 42 ثانية.

النتيجة

42 ثانية

تحقق من المعنى

عدد دورات الأول $42 \div 14 = 3$ ، وعدد دورات الثاني $42 \div 21 = 2$. لا يتطابق موعداهما الموجبان قبل 42 ثانية.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفسر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 9 دون باقي؟

أ. 234

ب. 316

ج. 452

د. 701

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 4 دون باقي؟

أ. 1234

ب. 1426

ج. 1518

د. 1332

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

عدد من ثلاث خانات: رقم المئات 4، ورقم الآحاد 2. ما رقم العشرات الذي يجعله يقبل القسمة على 9؟

أ. 1

ب. 6

ج. 3

د. 9

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

نريد تقطيع شريطين طولهما 36 مترًا و48 مترًا إلى قطع متساوية في الطول دون بقايا. ما أكبر طول ممكن لكل قطعة؟

أ. 6 أمتار

ب. 12 مترًا

ج. 24 مترًا

د. 84 مترًا

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

يصدر جهاز إشارة كل 12 دقيقة، ويصدر آخر إشارة كل 18 دقيقة بانتظام. أصدر إشارة معًا الآن. بعد كم دقيقة يصدرانها معًا للمرة التالية؟

أ. 6 دقائق

ب. 30 دقيقة

ج. 36 دقيقة

د. 72 دقيقة

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

عدد صحيح موجب باقي قسمته على 7 هو 5. ما باقي قسمة العدد الناتج بعد إضافة 4 إليه على 7؟

أ. 9

ب. 2

ج. 1

د. 5

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

عدد صحيح موجب باقي قسمته على 6 هو 4. ما باقي قسمة ثلاثة أمثال هذا العدد على 6؟

- أ. 2
ب. 4
ج. 12
د. 0

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

عدد صحيح أكبر من 40 وأصغر من 70، باقي قسمته على 8 هو 3، ويقبل القسمة على 3 دون باقي. ما العدد؟

- أ. 51
ب. 43
ج. 59
د. 67

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

ما أصغر عدد صحيح أكبر من 1 يكون باقي قسمته على 4 هو 1، وباقي قسمته على 6 هو 1 أيضًا؟

- أ. 7
ب. 25
ج. 12
د. 13

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

عند قسمة 53 على 7 قسمة صحيحة مع باقي، أي وصف صحيح؟

- أ. خارج القسمة 6 والباقي 11
- ب. خارج القسمة 8 والباقي 3-
- ج. خارج القسمة 7 والباقي 4
- د. خارج القسمة 7 والباقي 7

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

يرن منبهان كل 8 دقائق و12 دقيقة، لكن الثاني بدأ بعد الأول بدقيقتين. هل يكفي المضاعف المشترك وحده لحساب أول تزامن؟ لا. هنا لن يتزامنا: مواعيد الأول مضاعفات للعدد 4، ومواعيد الثاني باقياها 2 عند القسمة على 4. اقرأ نقطة البداية قبل استعمال قاعدة التزامن.

بعد التصحيح: ماذا ستغير؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجربها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.
غداً: اكتب موقفاً يحتاج إلى قاسم مشترك وآخر يحتاج إلى مضاعف مشترك، واذكر سبب اختيارك.
بعد ثلاثة أيام: اختر عدداً ومقسوماً عليه، ثم تحقق من المساواة وحدود الباقي.
بعد أسبوع: حل مسألة فيها شرطان للباقي، وافحص كل شرط على العدد الناتج.

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

القواسم والمضاعفات المشتركة — Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي بالإنجليزية يميز اختيار القاسم المشترك من اختيار المضاعف المشترك بحسب الموقف. أمثلتنا وأسئلتنا أصلية.

im.kendallhunt.com

باقي القسمة — Math in Society

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6. راجع بداية فقرة Modular arithmetic في الصفحة المرقمة 396؛ بقية الفصل ليست مطلوبة لهذا الدرس.

www.opentextbookstore.com