

التشابه ومقياس الرسم

عامل واحد للأطوال، ومربعه للمساحات، ومكعبه للحجوم

تعلم الفكرة، ثم جرب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أحدد الأضلاع المتناظرة واتجاه معامل القياس.

أميز معامل تغير الطول من معامل تغير المساحة والحجم.

أحل مسائل مقياس الرسم بعد توحيد الوحدات والتحقق من التشابه.

التكبير يحافظ على النسب، لا على الفروق

في شكلين متشابهين، الزوايا المتناظرة متساوية، وجميع الأطوال المتناظرة تتغير بعامل موجب واحد. إذا ضاعفنا طول مستطيل وعرضه، تضاعف محيطه، لكن مساحته أصبحت أربعة أمثالها. لا يكفي أن يبدو الشكلان متشابهين أو أن يزيد كل ضلع بالمقدار نفسه.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. حدد الاتجاه: من الأصل إلى الصورة. اقسم طولاً في الصورة على الطول المناظر له في الأصل لإيجاد معامل القياس ك.
٢. الأطوال والمحيطات تُضرب في ك، والمساحات في $ك^2$. في المجسمات المتشابهة تُضرب مساحات السطح في $ك^2$ ، والحجوم في $ك^3$.
٣. إذا عرفت نسبة المساحتين، فخذ جذرها التربيعي الموجب لإيجاد ك. ومن نسبة الحجمين، ابحث عن العدد الموجب الذي مكعبه يساويها.
٤. مقياس 200 : 1 يعني أن كل وحدة طول في الرسم تقابل 200 من الوحدة نفسها في الحقيقة. وحدّ الوحدات قبل كتابة النسبة.
٥. راجع التناسب في كل بعد. زيادة طول مستطيل وحده لا تصنع عادةً نسخة مشابهة؛ عندها احسب المساحة من الأبعاد الفعلية.

موضع الخط

النسبة بين المساحات ليست النسبة بين الأطوال. كذلك 1 م² يساوي 10000 سم²، لأن المتر يساوي 100 سم في كل من بُعدي المساحة.

مثال محلول ١

من سنتيمترات الخريطة إلى كيلومترات

مقياس خريطة 40000 : 1. إذا كانت المسافة المرسومة بين نقطتين 7.5 سم، فما المسافة المقابلة في الحقيقة بالكيلومتر؟

خطوات الحل

كل 1 سم على الخريطة يقابل 40000 سم في الحقيقة، أي 400 م.

المسافة الحقيقية $3000 = 400 \times 7.5$ م.

نقسم على 1000 لتحويل الأمتار إلى كيلومترات: $3 = 3000 \div 1000$ كم.

النتيجة

3 كم

تحقق من المعنى

كل 1 كم يمثل 2.5 سم على هذه الخريطة؛ ثلاثة كيلومترات تمثل 7.5 سم. المسافة هنا المقابلة للخط المرسوم، ولا نفترض أنها طول طريق متعرج.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

مساحة معطاة، ومحيط مطلوب

شكلان متشابهان مساحة الصغير 72 سم²، ومساحة الكبير 200 سم². إذا كان محيط الصغير 30 سم، فما محيط الكبير؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

ما التعبير الذي يعطينا معامل القياس من الصغير إلى الكبير؟

أ. $200 / 72$

ب. $\sqrt{200 / 72}$

ج. $(200 / 72)^2$

خطوات الحل

نسبة المساحتين $200 / 72 = 25 / 9$.

معامل الأطوال هو الجذر الموجب لهذه النسبة، أي $5 / 3$.

المحيط يتغير مثل الطول: $30 \times 5 / 3 = 50$ سم.

النتيجة

50 سم

تحقق من المعنى

نسبة المحيطين $50 / 30 = 5 / 3$ ، ومربعها $25 / 9$ يساوي نسبة المساحتين. لم نضرب المحيط مباشرة في نسبة المساحة.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفتر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

مقياس خريطة 25000 : 1، والمسافة المرسومة بين نقطتين 6 سم. ما المسافة الحقيقية المقابلة بالكيلومتر؟

أ. 0.15 كم

ب. 15 كم

ج. 1.5 كم

د. 150 كم

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

طول قاعة في الحقيقة 12 م، ويظهر في الرسم بطول 8 سم. ما مقياس الرسم، من طول الرسم إلى الطول الحقيقي؟

أ. 150 : 1

ب. 1.5 : 1

ج. 15 : 1

د. 1 : 150

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

مثلثان متشابهان. ضلع طوله 5 سم في الصغير يناظر ضلعًا طوله 15 سم في الكبير. إذا كان محيط الصغير 24 سم، فما محيط الكبير؟

أ. 34 سم

ب. 216 سم

ج. 8 سم

د. 72 سم

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

صورة مكبرة مشابهة لشكل مساحته 20 سم². معامل القياس في جميع الأطوال من الأصل إلى الصورة 1.5. ما مساحة الصورة؟

أ. 30 سم²ب. 45 سم²ج. 50 سم²د. 60 سم²

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

نسبة مساحتي شكلين متشابهين، الصغير إلى الكبير، هي 25 : 16. إذا كان محيط الصغير 32 سم، فما محيط الكبير؟

أ. 50 سم

ب. 48 . 20 سم

ج. 40 سم

د. 6 . 25 سم

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

زاد نصف قطر دائرة بنسبة 20%. ما النسبة المئوية لزيادة مساحتها؟

أ. 20%

ب. 40%

ج. 144%

د. 44%

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

صُنعت نسخة مصغرة مشابهة لمجسم حجمه 64 سم³، بحيث صار كل طول في النسخة نصف الطول المناظر له في الأصل. ما حجم النسخة؟

أ. 8 سم³ب. 16 سم³ج. 32 سم³د. 128 سم³

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

صندوقان متشابهان حجمهما 54 سم³ و 128 سم³. طول ضلع في الصندوق الأصغر 9 سم. ما طول الضلع المناظر له في الأكبر؟

أ. 86.13 سم تقريبًا

ب. 12 سم

ج. 33.21 سم تقريبًا

د. 75.6 سم

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

مستطيل أبعاده 7 سم و 11 سم، وآخر أبعاده 10 سم و 14 سم. أي عبارة تصف العلاقة بينهما بدقة؟

أ. متشابهان لأن كل ضلع زاد بمقدار 3 سم

ب. متشابهان لأن زواياهما كلها قائمة

ج. متشابهان لأن كليهما مستطيل

د. غير متشابهين لأن نسبتي الأضلاع المتناظرة مختلفتان

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

رسم غرفة مستطيلة أبعادها على المخطط 3 سم و 4 سم، بمقياس 200 : 1. ما مساحتها الحقيقية بالمتري المربع؟

أ. 24 م²

ب. 4800 م²

ج. 48 م²

د. 0.48 م²

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

هل زيادة ضلعي مستطيل من 5 و 8 إلى 7 و 10 تحقق التشابه؟ لا؛ عامل الضلع الأول 5 / 7، وعامل الآخر 8 / 10، وهما مختلفان. إضافة 2 إلى كليهما لا تحافظ على نسبة الطول إلى العرض.

بعد التصحيح: ماذا ستغيّر؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجربها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.

غداً: اشرح برسم لماذا تتربع نسبة الأطوال عند حساب نسبة المساحات.

بعد ثلاثة أيام: اكتب مقياس رسم بعد تحويل الطول الحقيقي والرسم إلى الوحدة نفسها.

بعد أسبوع: أعط مثالاً يتغير فيه بعد واحد فقط، وبين لماذا لا تطبق عليه قاعدة التشابه.

أمثلة ورسوم وشرح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

المضلعات المتشابهة — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي يوضح شرطي تساوي الزوايا المتناظرة وثبات نسبة الأطوال. الأمثلة العربية مستقلة وأصلية.

im.kendallhunt.com

القياس والمساحة — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي لربع معامل القياس في المساحات، بما في ذلك التصغير. الرسوم والأسئلة هنا من إعداد هلا.

im.kendallhunt.com

قياس الجسومات — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي لتمييز تغير مساحة السطح بمربع العامل وتغير الحجم بمكعبه في الجسومات المتشابهة.

im.kendallhunt.com