

الأسس والجزور دون خلط

الوحدة ١٦ • القدرات الكمي

دليل الحلول وتفسير الخيارات

ابدأ بمحاولة الأسئلة في أوراق الطالب. قارن طريقته بهذا الدليل، وحدد سبب الخطأ إن وجد، ثم أعد المحاولة بعد إغلاق الحل. الأرقام هنا تطابق أسئلة الوحدة.

السؤال ١

ما قيمة $3^4 \div (3^3 \times 3^2)$ ؟

الإجابة الصحيحة: ب

3

الأساس 3 ثابت وغير صفري. نجمع أسّي البسط ثم نطرح أس المقام: $3 + 2 - 4 = 1$ ، فيكون الناتج $3^1 = 3$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه قيمة أس صفري، لكن الأس المتبقي هنا 1.

ب. صحيح؛ $3 = 81 \div 27 \times 9$ أيضًا.

ج. هذه قيمة 3^2 ؛ بعد القسمة يبقى عامل واحد من 3 فقط.

د. هذه قيمة 3^3 ؛ لا بد من احتساب القسمة على أربعة عوامل من 3.

موضع الخلط

اجمع الأسس عند ضرب القوى، واطرحها عند القسمة؛ لا تضرب الأسس في هذه الحالة.

السؤال ٢

ما قيمة $(2^3)^2$ ؟

الإجابة الصحيحة: ج

64

داخل القوس $2^3 = 8$ ، ثم نربع الناتج: $8^2 = 64$. ويمكن ضرب الأسين للحصول على $2^6 = 64$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. ينتج من 2^5 ، أي جمع 3 و2 بدل ضربهما.

ب. ضرب 2 في 3 في 2 لا يفسر معنى الأس.

ج. صحيح؛ التعبير يساوي حاصل ضرب ستة عوامل، كل منها 2.

د. هذه قيمة 2^8 ؛ عدد العوامل في التعبير ستة لا ثمانية.

موضع الخلط

رفع قوة إلى قوة يكرر المجموعة كاملة، فلا نجمع الأسين.

السؤال ٣

ما قيمة $4^2 - (-4)^2$ ؟

الإجابة الصحيحة: د

0

الحد الأول يربع -4 كاملاً، فيساوي 16. والحد الثاني 4^2 يساوي 16 أيضاً؛ الفرق $16 - 16 = 0$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا ينتج من اعتبار $(-4)^2$ مساوياً -16، لكن حاصل ضرب سالبين موجب.

ب. هذا مجموع المربعين، بينما العملية بينهما طرح.

ج. هذا سالب مربع 4 فقط، ويهمل الحد الأول.

د. صحيح؛ المربعان متساويان، فيكون الفرق صفراً.

موضع الخلط

الأقواس تجعل الإشارة السالبة جزءاً من الأساس في الحد الأول.

السؤال ٤

ما قيمة $6^0 + 2^{-2}$ ؟

الإجابة الصحيحة: أ

1.25

لأن 6 غير صفري فإن $6^0 = 1$ والقوة الثانية تساوي $2^2 = 1 / 4 = 0.25$ المجموع 1.25.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ نجمع 1 مع ربع.

ب. هذا يهمل قيمة 6^0 ، وهي 1 وليست صفرًا.ج. هذا يستخدم $2^2 = 4$ بدل مقلوبها.د. هذا يعامل 2^{-2} كأنه -4، بينما هو ربع موجب.

موضع الخلط

الأس صفر لا يعطي صفرًا لأساس غير صفري، والأس السالب لا يجعل القيمة سالبة.

السؤال ٥

ما قيمة $\sqrt{81} + \sqrt{16}$ ؟

الإجابة الصحيحة: د

13

الجذران غير السالبين هما 9 و4. نجمع القيمتين فنحصل على 13، ولا نجمع العددين داخل جذر واحد.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. جمع ما تحت الجذرين في جذر واحد لا يحافظ على القيمة.

ب. هذه قيمة الجذر الأول وحده، ولم تُضف قيمة الثاني.

ج. الجذر التربيعي للعدد 16 هو 4، وليس 8.

د. صحيح؛ $9 + 4 = 13$.

موضع الخلط

قاعدة جذر حاصل الضرب لا تسمح بتوزيع الجذر على الجمع.

السؤال ٦

ما قيمة $\sqrt{108} \div \sqrt{3}$ ؟

الإجابة الصحيحة: ب

6

العدنان موجبان والمقام غير صفري. نقسم ما تحت الجذر: $\sqrt{108 / 3} = \sqrt{36} = 6$. أو نكتب $108 = 36 \times 3$ ثم نختصر العامل $\sqrt{3}$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا حاصل القسمة داخل الجذر، ويحتاج إلى أخذ جذره التربيعي.

ب. صحيح؛ تربيع الناتج 6 يعيد النسبة 36.

ج. مربع 3 يساوي 9، بينما نسبة العددين داخل الجذرين تساوي 36.

د. مربع 18 يساوي 324، فلا يعيد النسبة المطلوبة 36.

موضع الخلط

بعد قسمة العددين لا يزال علينا أخذ الجذر؛ الناتج ليس $108 \div 3$ مباشرة.

السؤال ٧

بين أي عددين صحيحين متتاليين تقع قيمة $\sqrt{70}$ ؟

الإجابة الصحيحة: ج

بين 8 و9

نعلم أن $8^2 = 64$ و $9^2 = 81$. العدد 70 بين 64 و81، لذلك جذره التربيعي بين 8 و9.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. مربعا الطرفين 36 و49، وكلاهما أصغر من 70.

ب. مربعا الطرفين 49 و64، والعدد 70 أكبر منهما.

ج. صحيح؛ $81 > 70 > 64$ ، فتقع قيمة الجذر بين 8 و9.

د. مربع الطرف الأصغر 81 أكبر من 70، فيكون الجذر أصغر من 9.

موضع الخلط

نحصر العدد 70 بين مربعين، لا بين العددين اللذين يحيطان به مباشرة.

السؤال ٨

إذا كان s عددًا حقيقيًا سالبًا، و $s^2 = 49$ ، فما قيمة s ؟

الإجابة الصحيحة: أ

-7

حلًا للمعادلة هما 7 و -7. الشرط أن s سالب يستبعد 7، لذلك $s = -7$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ العدد سالب ومربعه يساوي 49.

ب. مربعه صحيح، لكنه يخالف شرط كون s سالبًا.

ج. هذا العدد المربع في المعطيات، وليس الجذر الذي نبحث عنه.

د. الإشارة توافق الشرط، لكن مربع -49 يساوي 2401 وليس 49.

موضع الخطأ

السؤال عن حل معادلة مع شرط، وليس عن قيمة $\sqrt{49}$ وحدها.

السؤال ٩

ما قيمة $(1/4)^{-2}$ ؟

الإجابة الصحيحة: د

16

الأس السالب يعني أخذ المقلوب ثم تطبيق الأس الموجب. مقلوب الربع 4، وتربيعه يساوي 16.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه قيمة $(1/4)^2$ ؛ تجاهلت الإشارة السالبة في الأس.

ب. الأس السالب يدل على المقلوب، ولا يضع إشارة سالبة أمام الناتج.

ج. التربيع يكرر الضرب في الكسر، وليس ضرب المقام في 2؛ والأس السالب يحتاج إلى المقلوب أيضًا.

د. صحيح؛ $1 = (1/4)^2 \times 16$ ، وهذا يحقق معنى المقلوب.

موضع الخطأ

لأن الأساس كسر أصغر من 1، فإن القوة ذات الأس السالب هنا أكبر من 1.

السؤال ١٠

إذا كان $4096 = 8^s$ ، فما قيمة s ؟

الإجابة الصحيحة: ب

4

نكتب $8 = 2^3$ و $4096 = 2^{12}$. تصبح المعادلة $2^{3 \times s} = 2^{12}$ ، فيلزم $12 = 3 \times s$. إذن $s = 4$ ويمكن التحقق من أن $8^4 = 4096$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه القيمة تعطي $8^3 = 512$ ، وهو أصغر من 4096.

ب. صحيح؛ $8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$.

ج. هذه القيمة تعطي $8^6 = 262144$ ، وهو أكبر من 4096.

د. هذا أس العدد 2 في تمثيل 4096، بينما الأساس المطلوب في السؤال هو 8.

موضع الخط

تساوي الأساس يسمح بمقارنة الأسين هنا، لكن الأس في الطرف الأول هو ثلاثة أمثال s .

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

قواعد الأسس — Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي بالإنجليزية لعق الأس الصفري والسالب وقواعد القوى. أمثلتنا وأسئلتنا أصلية.

im.kendallhunt.com

التربيع والجذور — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي للتمييز بين قيمة الجذر التربيعي وحلول معادلة فيها مربع. يضم المرجع موضوعات أوسع من درسنا.

im.kendallhunt.com

Everything Maths — تقدير الجذور

قسم Estimating surds من مصدر Siyavula التاريخي، إصدار 2012، CC BY 3.0. استُخدم للتحقق من حصر الجذور بين مربعات؛ أسئلة هلا أصلية.

github.com