

الأسس والجذور دون خط

اقرأ الأساس والأقواس، ثم اختر القانون بشروطه

تعلم الفكرة، ثم جرب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أميز ضرب القوى عن رفع قوة إلى قوة، وأتحقق من تساوي الأسس.
أفسر الأس الصفري والسالب مع استبعاد الأسس صفراً في هاتين الحالتين.
أميز قيمة الجذر التربيعي غير السالبة من حلول معادلة تربيعية بسيطة.

الأس يحصي عوامل متكررة

التعبير 4^3 يعني $4 \times 4 \times 4$ ، ولا يعني 4×3 . عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه نجمع عدد العوامل، وعند رفع قوة إلى قوة نكرر المجموعة كلها. أما الجذر التربيعي فيبحث عن العدد غير السالب الذي يعيد العدد الأصلي عند تربيعه: $\sqrt{36} = 6$ ، و $\sqrt{0} = 0$. المعادلة $x^2 = 36$ لها حلان حقيقيان، هما 6 و -6؛ هذه مسألة مختلفة عن طلب قيمة $\sqrt{36}$.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. حدد الأساس كاملاً: $(-4)^2$ يربع العدد السالب، أما -4^2 فيعني سالب مربع 4.
٢. عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه نجمع الأسين، وعند قسمتهما نطرحهما بشرط ألا يكون الأساس صفراً. مثال: $5^3 \times 5^2 = 5^5$ ، و $5^3 \div 5^2 = 5$.
٣. عند رفع قوة إلى قوة نضرب الأسين: $(3^2)^3 = 3^6$. القوانين هنا للأسس الصحيحة، ولا تسمح بجمع الأسس عند جمع القوى.
٤. لأي أساس غير صفري، قيمته مرفوعاً إلى الأس صفر تساوي 1. والأس السالب يعني مقلوب القوة: $3^{-2} = 1 / 9$ ، ولا يعني عدداً سالباً.
٥. في الأعداد الحقيقية لا نأخذ الجذر التربيعي لعدد سالب. لحصر جذر عدد موجب، أحصر العدد بين مربعين متتاليين. ولتبسيط جذر حاصل ضرب عددين غير سالبين يمكن أخذ جذر كل عامل ثم الضرب.

موضع الخلط

لا توزع الجذر على الجمع: $\sqrt{9 + 16} = 5$ ، بينما $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$. كذلك لا تختصر $(\sqrt{2})^2$ إلى $\sqrt{2}$ لكل الأعداد الحقيقية؛ الناتج هو مقدار $\sqrt{2}$ غير السالب، أي $\sqrt{2}$.

مثال محلول ١

وحد الأساس قبل اختصار القوى

احسب قيمة $8^2 \div (2^5 \times 4^2)$ دون ضرب أعداد كبيرة أولاً.

خطوات الحل

نكتب $4^2 = (2^2)^2 = 2^4$ ، ونكتب $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$.يصبح التعبير $2^6 \div (2^5 \times 2^4)$. الأساس واحد وغير صفري، لذا نجمع أسّي الضرب ثم نطرح أس المقام.الأس النهائي $3 = 6 - 4 - 5$ ، فتكون القيمة $2^3 = 8$.

النتيجة

8

تحقق من المعنى

بالحساب المباشر: $8 = 64 \div 32 \times 16$. الطريقتان تعطيان النتيجة نفسها.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

حل المعادلة أم طول الضلع؟

مساحة لوحة مربعة 121 سم². ما طول ضلعها؟ وما الذي يتغير لو طلبنا جميع الحلول الحقيقية للمعادلة $121 = x^2$ ؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

أي اختيار يصلح لطول ضلع اللوحة؟

أ. 11 سم فقط

ب. -11 سم فقط

ج. 11 سم أو -11 سم

خطوات الحل

طول الضلع عدد موجب مربعه 121، إذن $\sqrt{121} = 11$ سم.

في المعادلة المجردة نجد $11^2 = 121$ وكذلك $(-11)^2 = 121$.

لذلك للمعادلة حلان حقيقيان، بينما قيمة الجذر التربيعي وطول الضلع هنا كلاهما 11.

النتيجة

طول الضلع 11 سم؛ وحلا المعادلة 11 و-11.

تحقق من المعنى

نعوض بكل حل في المعادلة، ثم نفحص شرط المسألة. صحة التعويض وحدها لا تجعل الطول السالب مقبولا.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفّر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

ما قيمة $3^4 \div (3^3 \times 3^2)$ ؟

أ. 1

ب. 3

ج. 9

د. 27

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

ما قيمة $(2^3)^2$ ؟

أ. 32

ب. 12

ج. 64

د. 256

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

ما قيمة $4^2 - (-4)^2$ ؟

أ. -32

ب. 32

ج. -16

د. 0

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

ما قيمة $2^{-2} + 6^0$ ؟

أ. 1.25

ب. 0.25

ج. 5

د. -3

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

ما قيمة $\sqrt{16} + \sqrt{81}$ ؟أ. $\sqrt{97}$

ب. 9

ج. 17

د. 13

ثقتي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

ما قيمة $\sqrt{108} \div \sqrt{3}$ ؟

أ. 36

ب. 6

ج. 3

د. 18

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

بين أي عددين صحيحين متتاليين تقع قيمة $\sqrt{70}$ ؟

أ. بين 6 و 7

ب. بين 7 و 8

ج. بين 8 و 9

د. بين 9 و 10

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

إذا كان s عددًا حقيقيًا سالبًا، و $s^2 = 49$ ، فما قيمة s ؟

أ. -7

ب. 7

ج. 49

د. -49

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

ما قيمة $(1/4)^{-2}$ ؟

أ. $1/16$

ب. -16

ج. $1/8$

د. 16

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

إذا كان $4096 = 8^s$ ، فما قيمة s ؟

أ. 3

ب. 4

ج. 6

د. 12

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

قال طالب: إذا كان $64 = 2^s$ فلا بد أن $8 = s$. أعطه مثالاً مضاداً، ثم أضف شرطاً يجعل استنتاجه صحيحاً.
المثال المضاد $-8 = s$ ، ويصح الاستنتاج إذا علم أن s موجب. وانتبه: $(64) \vee$ وحده يساوي 8 دون الحاجة إلى هذا الشرط الإضافي.

بعد التصحيح: ماذا ستغيّر؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجربها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.

غداً: اشرح بالكلمات الفرق بين ضرب قوتين ورفع قوة إلى قوة.

بعد ثلاثة أيام: احسب قوة ذات أس سالب، ثم تحقق بضربها في القوة ذات الأس الموجب المقابل.

بعد أسبوع: قارن قيمة جذر تربيعي بحلول معادلة فيها مربع، واذكر متى نستبعد الحل السالب.

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

قواعد الأسس — Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي بالإنجليزية لعق الأس الصفري والسالب وقواعد القوى. أمثلتنا وأسئلتنا أصلية.

im.kendallhunt.com

التربيع والجذور — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي للتمييز بين قيمة الجذر التربيعي وحلول معادلة فيها مربع. يضم المرجع موضوعات أوسع من درسنا.

im.kendallhunt.com

Everything Maths — تقدير الجذور

قسم Estimating surds من مصدر Siyavula التاريخي، إصدار 2012، CC BY 3.0. استُخدم للتحقق من حصر الجذور بين مربعات؛ أسئلة هلا أصلية.

github.com