

المتابعات: من القاعدة إلى الحد

عدّ الفواصل، وميّز الزيادة الثابتة من عامل الضرب

تعلم الفكرة، ثم جرّب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أستخدم الفرق الثابت أو عامل الضرب بحسب القاعدة المعطاة.
أميز رتبة الحد من قيمته، وعدد الحدود من عدد الفواصل بينها.
أراجع افتراض النمط، ولا أعدّ بضعة حدود دليلاً على قاعدة وحيدة.

من الأول إلى الخامس أربع خطوات

المتابعة قائمة مرتبة، ولكل حد رتبة وقيمة. إذا بدأنا بالعدد 11 وأضافنا 6 كل خطوة، تبدأ القيم 11 ثم 17 ثم 23. من الأول إلى الخامس أربع خطوات. في الحسابية نضيف فرقاً ثابتاً، وفي الهندسية نضرب في عامل ثابت. ولا نجزم بقاعدة وحيدة من بضعة حدود بلا شرط إضافي.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. اكتب الحد الأول وحدد كيف يبدأ ترقيم الحدود. سنبدأ في هذا الدرس بالرتبة 1.
٢. إذا كان الفرق ثابتاً، فالحد المطلوب يساوي الحد الأول زائد حاصل ضرب الفرق في عدد الخطوات. عدد الخطوات إلى الرتبة n هو $1 - n$.
٣. إذا كان عامل الضرب ثابتاً، نطبقه $1 - n$ مرة. مثلاً، البداية 3 والتضاعف في كل خطوة يعطي الحد $3 \times 2^{n-1}$.
٤. لعد حدود حسابية من بداية إلى نهاية معلومتين، احسب عدد الفواصل ثم أضف 1. تحقق أولاً من أن النهاية تنتمي إلى المتتابعة.
٥. لجمع عدد محدود من حدود متتابعة حسابية، يمكن إقران الأول بالأخير؛ كل زوج له المجموع نفسه. المجموع يساوي عدد الحدود مضروباً في متوسط الحدين الأول والأخير.

موضع الخلط

من الرتبة 1 إلى الرتبة n توجد $1 - n$ خطوة. لا تخلط بين ثبات الفرق وثبات النسبة، ولا تجزم بقاعدة من ثلاثة حدود بلا شرط إضافي.

مثال محلول ١

رقم الصف ليس عدد الزيادات

في قاعة، يحتوي الصف الأول على 14 مقعدًا، ويزيد كل صف تالي أربعة مقاعد عن سابقه. كم مقعدًا في الصف التاسع؟

خطوات الحل

من الصف الأول إلى التاسع توجد $8 = 9 - 1$ زيادات.

الزيادة الكلية $32 = 8 \times 4$ مقعدًا.

عدد مقاعد الصف التاسع $46 = 14 + 32$.

النتيجة

46 مقعدًا

تحقق من المعنى

الصف الثاني 18 مقعدًا. ولو استعملنا تسع زيادات لحصلنا على مقاعد الصف العاشر لا التاسع.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

الضرب المتكرر يبدأ بعد الحد الأول

في نموذج زخرفي، يتكون الشكل الأول من قطعتين، ويحتوي كل شكل تالي على ثلاثة أمثال عدد قطع سابقه. كم قطعة في الشكل الخامس؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

كم مرة نضرب في 3 من الشكل الأول إلى الخامس؟

أ. خمس مرات

ب. أربع مرات

ج. ثلاث مرات

خطوات الحل

عدد عمليات الضرب أربع، لأن رتبة البداية 1.

القيم بالتتابع: 2 ثم 6 ثم 18 ثم 54 ثم 162.

وبالقانون نحصل على $162 = 2 \times 3^4$ قطعة.

النتيجة

162 قطعة

تحقق من المعنى

قسمة 162 على 3 تعيد 54، وهو عدد قطع الشكل الرابع. أما جمع 3 في كل خطوة فلا يحقق قاعدة التثليث.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفسر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

متتابة حسابية حدها الأول 7، ونضيف 5 للحصول على كل حد تالي. ما الحد الخامس؟

أ. 22

ب. 32

ج. 27

د. 35

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

متتابة حسابية حدها الأول 50، وينقص كل حد تالي بمقدار 4 عن سابقه. ما الحد الثامن؟

أ. 22

ب. 18

ج. 28

د. 46

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

في متتابعة حسابية، الحد الثالث 17 والحد الثامن 42. ما الحد الأول؟

أ. 5

ب. 7

ج. 12

د. 17

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

متتابعة هندسية حدها الأول 5، وكل حد تالي ضعف سابقه. ما الحد السادس؟

أ. 80

ب. 320

ج. 25

د. 160

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

متتابعة هندسية حدها الأول 160، وكل حد تالي نصف سابقه. ما الحد الخامس؟

أ. 10

ب. 20

ج. 5

د. 80

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

نكتب مضاعفات العدد 9 بدءًا من 18 وحتى 90، مع احتساب الطرفين. كم عدد الحدود المكتوبة؟

أ. 8

ب. 10

ج. 9

د. 11

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

في قاعة 12 صفاً. في الصف الأول 9 مقاعد، ويزيد كل صف تالٍ مقعدين عن سابقه. كم مجموع مقاعد الصفوف كلها؟

أ. 372

ب. 240

ج. 252

د. 480

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

الحد الأول لمتتابة هو 4. نضيف 3 للحصول على الثاني، ثم 5 للثالث، ثم 7 للرابع، ونستمر بإضافة الأعداد الفردية التالية بالترتيب. ما الحد السادس؟

أ. 37

ب. 52

ج. 35

د. 39

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

عُرِضت الحدود الثلاثة الأولى 3 ثم 6 ثم 9، دون ذكر أي قاعدة أو نوع للمتتابة. أي حكم أدق عن الحد الرابع؟

أ. يجب أن يكون 12

ب. يجب أن يكون 3

ج. يجب أن يكون 18

د. لا يمكن تحديد حد رابع وحيد من البداية وحدها

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

قيمة الحد ذي الرتبة n في متتابة تساوي $2 + n \times 3$ ، حيث تبدأ الرتب بالعدد 1. ما رتبة الحد الذي قيمته 77؟

- أ. 25
ب. 26
ج. 3 / 79
د. 77

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

البداية 2 ثم 5 ثم 8 قد تستمر بالعدد 11 إذا أضفنا 3 دائماً، أو بالعدد 2 إذا كررنا الدورة المكونة من هذه الأعداد الثلاثة. القاعدتان توافقان البداية. لذلك اطلب القاعدة أو شرط نوع المتتابة قبل الجزم بالحد التالي.

بعد التصحيح: ماذا ستغيّر؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجربها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.
غداً: اكتب رتبة حد وقيّمته في متتابة من اختيارك، وشرح الفرق بينهما.
بعد ثلاثة أيام: كوّن متتابعتين لهما الحد الأول نفسه، إحداها حسابية والأخرى هندسية.
بعد أسبوع: عدّ الحدود من قيمة أولى إلى قيمة أخيرة، ثم تحقق بسردها وعدم نسيان أحد الطرفين.

أمثلة ورسوم وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

المتابعات ورتبة الحد — Illustrative Mathematics

مرجع إنجليزي لتمثيل المتابعات وتحديد رتبة البداية قبل كتابة قاعدة الحد. أمثلة هلا وأسئلتها ورسومها أصلية، ويبدأ ترقيمها هنا بالرتبة 1.

im.kendallhunt.com