

المتوسط المرجح ومسائل المزج

دليل الحلول وتفسير الخيارات

ابدأ بمحاولة الأسئلة في أوراق الطالب. قارن طريقتك بهذا الدليل، وحدد سبب الخطأ إن وجد، ثم أعد المحاولة بعد إغلاق الحل. الأرقام هنا تطابق أسئلة الوحدة.

السؤال ١

في اختبار واحد، متوسط درجات مجموعة من 20 طالبًا هو 68، ومتوسط مجموعة أخرى من 10 طلاب هو 86. ما متوسط درجات المجموعتين معًا؟

الإجابة الصحيحة: ج

74

مجموع الدرجات $2220 = 20 \times 68 + 10 \times 86$. عدد الطلاب 30، فيكون المتوسط $2220 \div 30 = 74$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا متوسط 68 و86 بوزنين متساويين، مع أن أعداد الطلاب مختلفة.
 ب. هذه القيمة تنتج من عكس وزني المجموعتين وإعطاء 86 الوزن الأكبر.
 ج. صحيح؛ الدرجة 68 لها ثلثا الوزن، والدرجة 86 لها الثلث.
 د. التعويض بهذا المتوسط يعطي مجموعًا 2160، أقل من مجموع الدرجات الفعلي 2220.

موضع الخلط

المجموعة الأولى ضعف الثانية في العدد، فلا نأخذ المتوسط الحسابي البسيط لمتوسطيهما.

السؤال ٢

مزجنا 3 كجم من صنف تكلفته 12 ريالاً للكيلو، مع 2 كجم من صنف تكلفته 22 ريالاً للكيلو. دون فقد أو تكلفة إضافية، ما متوسط تكلفة الكيلو؟

الإجابة الصحيحة: أ

16 ريالاً

التكلفة $80 = 3 \times 12 + 2 \times 22$ ريالاً. نقسم على الكتلة الكلية 5 كجم، فنحصل على 16 ريالاً للكيلو.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ 5 كجم بمتوسط 16 تعيد التكلفة الكلية 80.

ب. هذا متوسط السعيرين بوزنين متساويين، مع أن كمية الصنف الأرخص أكبر.

ج. هذا ينتج من عكس الكميتين، وإعطاء الصنف الأعلى وزناً أكبر.

د. هذا مجموع سعري الكيلو، وليس تكلفة كيلو واحد من الخليط.

موضع الخلط

الوزن هنا عدد الكيلوجرامات، ولا تعني القيم المعطاة أن الكميتين متساويتان.

السؤال ٣

في نموذج مزج، لدينا 8 لترات نسبة المادة الملونة فيها 20% من الحجم، ولتران نسبتها فيهما 50%. نفترض أن الحجمون تُجمع دون فقد. ما نسبة المادة الملونة بعد المزج؟

الإجابة الصحيحة: د

26%

حجم المادة الملونة $2.6 = 8 \times 0.20 + 2 \times 0.50$ لتر. الحجم الكلي 10 لترات، فتكون النسبة 26%.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا متوسط النسبتين عند تساوي الحجمين، وهما غير متساويين هنا.

ب. هذه النسبة تعني 3 لترات ملونة، بينما المعطيات تعطي 2.6 لتر.

ج. هذه النسبة تعني 4 لترات ملونة، أكثر مما أُضيف من المكوّن.

د. صحيح؛ $26\% = 2.6 \div 10 \times 100$.

موضع الخلط

أساس النسبتين حجمي، ولذلك نزن بالترات وفق افتراض جمع الحجمون المذكور.

السؤال ٤

في مقرر افتراضي، يشكل المشروع 40% من الدرجة النهائية، والاختبار 60%. حصل طالب على 75 من 100 في المشروع. ما درجة الاختبار اللازمة ليكون المعدل النهائي 84؟

الإجابة الصحيحة: ب

90

مساهمة المشروع $30 = 0.40 \times 75$. نحتاج إلى $54 = 84 - 30$ من الاختبار. درجته $90 = 0.60 \times 54$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه الدرجة تعطي معدلًا نهائيًا 80.4، أقل من 84.

ب. صحيح؛ $84 = 0.60 \times 90 + 30$.

ج. هذه الدرجة تعطي معدلًا 82.8، فلا تبلغ الهدف.

د. هذه الدرجة تعطي معدلًا 87، بينما المطلوب أن يساوي 84.

موضع الخط

الدرجة المطلوبة في الاختبار ليست هي المعدل المطلوب؛ الجزء الآخر حصل فيه الطالب على درجة أقل.

السؤال ٥

متوسط درجات 20 طالبًا هو 78. متوسط 12 طالبًا منهم هو 74. ما متوسط درجات الطلاب الثمانية الباقين؟

الإجابة الصحيحة: د

84

المجموع الكلي $1560 = 78 \times 20$. مجموع الاثني عشر $888 = 74 \times 12$. يبقى 672 للثمانية، ومتوسطهم $84 = 672 \div 8$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا متوسط الجميع؛ لو كان متوسط الباقين 78 أيضًا لانخفض المتوسط الكلي عن 78 بسبب المجموعة الأولى.

ب. هذه القيمة تعطي مجموعًا كليًا 1528 بدل 1560.

ج. هذه القيمة تعطي مجموعًا كليًا 1544، وهو أقل من المطلوب.

د. صحيح؛ $1560 = 84 \times 8 + 888$.

موضع الخط

اطرح مجموع الدرجات المعلومة من المجموع الكلي، لا متوسطًا من متوسط.

السؤال ٦

نمزج كميتين موجبتين من خليطين، نسبة المكوّن نفسه فيهما 20% و40% بالكتلة، دون فقد أو إضافة مادة أخرى. أي نسبة مما يأتي يستحيل أن تكون نسبة الخليط الناتج؟

الإجابة الصحيحة: ج

45%

المتوسط المرجح بأوزان موجبة يقع بين 20% و40%. لذلك 45% مستحيلة، أما النسب الثلاث الأخرى فيمكن الوصول إليها بتغيير الكميتين.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه ممكنة عند تساوي الكتلتين.

ب. هذه ممكنة عندما تكون كتلة الخليط ذي النسبة 40% ثلاثة أمثال كتلة الآخر.

ج. صحيح؛ 45% أكبر من أعلى نسبة في المكوّنين.

د. هذه ممكنة عندما تكون كتلة الخليط ذي النسبة 20% ثلاثة أمثال كتلة الآخر.

موضع الخلط

تحقق من حدود النتيجة قبل إنشاء معادلة؛ المزج لا يرفع النسبة فوق النسبتين الأصليتين.

السؤال ٧

خليط حبوب كتلته 6 كجم، تمثل الحبوب البنية 25% من كتلته. أضفنا إليه 4 كجم من حبوب بيضاء فقط، دون فقد. ما نسبة البنية في الخليط الجديد؟

الإجابة الصحيحة: د

15%

كتلة البنية تبقى $1.5 = 6 \times 0.25$ كجم. الكتلة الكلية تصبح 10 كجم، فتكون النسبة $15\% = 1.5 \div 10 \times 100$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذه النسبة القديمة؛ بقاء كتلة البنية لا يعني بقاء نسبتها بعد زيادة الكتلة الكلية.
ب. طرح 4 نقاط مئوية لأننا أضفنا 4 كجم يخلط بين وحدة الكتلة ووحدة النسبة.
ج. هذه قسمة 1.5 على الكتلة المضافة 4 فقط، والمقام الصحيح هو الكتلة الكلية 10.
د. صحيح؛ نعيد قسمة الكمية الثابتة على الكتلة الجديدة الأكبر.

موضع الخلط

الإضافة لا تزيل الحبوب البنية؛ يتغير المقام فقط في هذه المسألة.

السؤال ٨

نريد 10 كجم من خليط حبيبات نسبة الأخضر فيه 44% بالكتلة. لدينا خلطة نسبتها 20% وأخرى نسبتها 60%. كم كيلوجرامًا نأخذ من الخلطة ذات النسبة 60%، دون فقد؟

الإجابة الصحيحة: أ

6 كجم

إذا أخذنا س من الخلطة الأعلى، أخذنا س - 10 من الأقل. المعادلة $4.4 = (س - 10) \times 0.20 + س \times 0.60$ ، فتكون $س = 2.4$ ، ومنها $س = 6$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. صحيح؛ $4.4 = 0.20 \times 4 + 0.60 \times 6$ كجم خضراء من أصل 10.
- ب. هذه كمية الخلطة الأقل في الحل. إعطاؤها للخلطة الأعلى ينتج نسبة 36%.
- ج. تساوي الكميتين يعطي 40%، أقل من 44%.
- د. هذه الكمية تعطي نسبة 52%، أعلى من المطلوب.

موضع الخلط

السؤال عن كمية الخلطة الأعلى نسبة؛ لا تعكس كميتي المزيج بعد الحل.

السؤال ٩

خليط حبيبات متجانس كتلته 10 كجم، نسبة الأخضر فيه 30% بالكتلة. أزلنا 2 كجم من الخليط بالنسبة نفسها، ثم أضفنا 2 كجم من حبيبات بيضاء فقط. ما النسبة الجديدة للأخضر؟

الإجابة الصحيحة: ب

24%

الأخضر الأصلي 3 كجم. أزيل منه $0.6 = 0.30 \times 2$ كجم، فبقي 2.4 كجم. بعد إضافة الأبيض تعود الكتلة الكلية إلى 10 كجم، فتكون النسبة 24%.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه نسبة ما بقي بعد الإزالة وقبل إضافة الأبيض؛ التعويض بالأبيض يخفّضها.

ب. صحيح؛ كمية الأخضر النهائية 2.4 كجم من أصل 10.

ج. هذه النسبة تعني إزالة كيلوجرام أخضر كامل، لكن المزال منه 0.6 فقط.

د. هذا يعامل الكيلوجرامين المزالين كأنهما أخضران خالصان، خلاف شرط التجانس.

موضع الخلط

الجزء المزال ليس أخضر خالصاً؛ يخرج منه الأخضر بنسبة الخليط نفسها.

السؤال ١٠

متوسط درجات مجموعة أولى 50، ومتوسط مجموعة ثانية 70، ومتوسطهما معًا 58. ما نسبة عدد طلاب الأولى إلى عدد طلاب الثانية؟

الإجابة الصحيحة: ج

2 : 3

إذا كان العدان س و ص، فإن $(ص + س) \times 58 = ص \times 70 + س \times 50$. إذن $س \times 8 = ص \times 12$ ، فتكون نسبة س إلى ص هي $2 : 3 = 8 : 12$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه النسبة تعطي متوسطًا 62، لأنها ترجح المجموعة الثانية.

ب. تساوي العددين يعطي متوسطًا 60، لا 58.

ج. صحيح؛ $58 = (3 \times 50 + 2 \times 70) \div 5$.

د. هذه النسبة تعطي $390 \div 7$ ، أي نحو 55.71، فلا تحقق المتوسط المطلوب.

موضع الخط

المتوسط 58 أقرب إلى 50، لذا ينبغي أن يكون عدد المجموعة الأولى أكبر؛ هذا يكشف عكس النسبة.

أمثلة ورسوم وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

المتوسط المرجح — OpenIntro

ملحق تعليمي بالإنجليزية يوضح إعادة المجموع من متوسط كل مجموعة وحجمها. راجع فقرة Weighted mean في الصفحتين 2 و3؛ بيانات المرجع وأمثله ليست أسئلة هلا.

www.openintro.org

وصف البيانات — Math in Society

مرجع إنجليزي لفهوم المتوسط وقراءة البيانات، إصدار 2.6. يذكر الفصل David Lippman و Jeff Eldridge و OnlineStatBook في إسناده. الأمثلة والأسئلة العربية هنا أصلية.

www.opentextbookstore.com