

معدلات الإنجاز والعمل المشترك

دليل الحلول وتفسير الخيارات

ابدأ بمحاولة الأسئلة في أوراق الطالب. قارن طريقتك بهذا الدليل، وحدد سبب الخطأ إن وجد، ثم أعد المحاولة بعد إغلاق الحل. الأرقام هنا تطابق أسئلة الوحدة.

السؤال ١

يجهز فريق دفعة في 12 ساعة، ويجهزها فريق آخر في 4 ساعات. المعدلان ثابتان ويمكن تقسيم الدفعة بينهما دون تعطيل. كم ساعة يحتاجان إذا بدأ معاً؟

الإجابة الصحيحة: أ

3 ساعات

المعدل المشترك $1/3 = 1/4 + 1/12$ من الدفعة في الساعة. إذن الزمن $3 = (1/3) \div 1$ ساعات.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. صحيح؛ في ثلاث ساعات ينجز الأول ربع الدفعة والثاني ثلاثة أرباعها.

ب. هذا متوسط 12 و4، لكنه لا يحسب ما ينجزانه في الساعة.

ج. هذا مجموع الزمنين المنفردين؛ الفريقان هنا يعملان في الوقت نفسه.

د. هذا زمن الفريق الأسرع وحده، ويتجاهل مساهمة الفريق الآخر.

موضع الخلط

متوسط الزمنين أو مجموعهما لا يصف معدل العمل المشترك.

السؤال ٢

تستطيع آلة تجهيز طلبية في 15 ساعة، وأخرى تجهيز الطلبية نفسها في 10 ساعات. تتقاسمان العمل بمعدلين ثابتين دون تعطيل. ما زمن الإنجاز معًا؟

الإجابة الصحيحة: ج

6 ساعات

نجعل المقام : 30 المعدل $1/6 = 30/30 = 5/30 + 3/30 = 2/30$ من الطلبية في الساعة. الزمن 6 ساعات.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا فرق الزمنين 10 - 15، ولا يمثل قسمة العمل على مجموع المعدلين.

ب. هذا متوسط الزمنين؛ لو عملتا هذه المدة لأنجزتا أكثر من طلبية.

ج. صحيح؛ $1 = 6/10 + 6/15$ ، أي طلبية كاملة.

د. هذا مجموع الزمنين، بينما الإنجاز يحدث بالتوازي.

موضع الخلط

فرق الزمنين ليس زمن العمل المشترك.

السؤال ٣

ينجز فريقان عملاً قابلاً للتقسيم في 4 ساعات معًا بمعدلين ثابتين دون تعطيل. إذا كان الأول ينجزه منفردًا في 12 ساعة، فكم ساعة يحتاج الثاني منفردًا؟

الإجابة الصحيحة: ب

6 ساعات

معدل الثاني هو المشترك ناقص الأول: $1/6 = 12/12 - 1/4 = 2/12$. يحتاج الثاني إلى 6 ساعات منفردًا.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. طرح 4 من 12 يعطي فرق زمنين، وليس معدل الفريق الثاني.

ب. صحيح؛ في أربع ساعات ينجز الثاني ثلثي العمل والأول ثلثه.

ج. الفريق الذي ينهي العمل في ثلاث ساعات وحده لا يحتاج إلى أربع ساعات عند إضافة مساعدة مستقلة.

د. جمع 12 و 4 لا يستنتج معدل الفريق الثاني.

موضع الخلط

نطرح المعدلات لإيجاد مساهمة الفريق الثاني؛ لا نطرح الزمنين.

السؤال ٤

يدخل الماء إلى خزان فارغ بمعدل ثابت يكفي لملئه في 6 ساعات. وفي الوقت نفسه يخرج الماء بمعدل ثابت يعادل سعة الخزان في 18 ساعة. افترض ثبات التدفقين طوال الملاء وعدم وجود فقد آخر. كم ساعة يستغرق امتلاؤه؟

الإجابة الصحيحة: د

9 ساعات

صافي الزيادة في الساعة $1/9 = 1/18 - 1/6$ من السعة. لذلك يمتلئ الخزان في 9 ساعات.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذه نتيجة جمع معدلي الدخول والخروج كأن كليهما يضيف الماء.
 ب. هذا زمن الملاء دون خروج ماء؛ التصريف يجعل الزمن أطول.
 ج. هذه مدة تعادل سعة الخزان عند حساب التدفق الخارج وحده.
 د. صحيح؛ في تسع ساعات يدخل ما يعادل سعة ونصفًا ويخرج نصف السعة، فيبقى خزان كامل.

موضع الخلط

التدفق الخارج يعاكس الملاء، فيُطرح من الداخل.

السؤال هـ

تنجز 4 آلات متطابقة طلبية في 18 ساعة. إذا استُخدمت 6 آلات من النوع نفسه، وكل آلة تعمل بالمعدل الثابت نفسه دون تعطيل، فكم ساعة تحتاج الطلبية؟

الإجابة الصحيحة: ب

12 ساعة

العمل يعادل $4 \times 18 = 72$ ساعة عمل لآلة واحدة. مع ست آلات: $12 = 72 \div 6$ ساعة.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه نتيجة ضرب الزمن في 4 / 6؛ زيادة الآلات المستقلة لا تزيد زمن الطلبية نفسها.

ب. صحيح؛ $4 \times 18 = 6 \times 12$ ، فالعمل الكلي محفوظ.

ج. هذا يتجاهل الآتين الإضافيتين مع افتراض عملهما بالمعدل نفسه.

د. ثماني ساعات مع ست آلات تعادل 48 ساعة آلة فقط، أقل من 72 المطلوبة.

موضع الخطأ

للعمل الثابت والمعدلات المتساوية، زيادة عدد الآلات تخفض الزمن بعلاقة عكسية.

السؤال ٦

ينجز فريق أول عملاً في 8 ساعات، والثاني في 12 ساعة. عملاً معاً ساعتين بمعدلين ثابتين، مع إمكان تقسيم العمل دون تعطيل. ما الكسر الذي يمثل العمل المتبقي؟

الإجابة الصحيحة: ج

7 / 12

المعدل المشترك $5 / 24 = 1 / 12 + 1 / 8$. في ساعتين إنجازان $5 / 12 = 10 / 24$. المتبقي $7 / 12 = 1 - 5 / 12$.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا كسر العمل المنجز في الساعتين، لا المتبقي.
- ب. هذا ما ينجزه الفريق الثاني وحده في ساعتين.
- ج. صحيح؛ نطرح الإنجاز المشترك من العمل الكامل.
- د. هذا المتبقي لو عمل الفريق الثاني وحده؛ مساهمة الأول غائبة.

موضع الخلط

السؤال عن المتبقي لا عن المنجز.

السؤال ٧

ينجز فريق أول طلبية في 10 ساعات، والثاني في 15 ساعة. بدأ الأول وحده ساعتين، ثم عملاً معاً بمعدلين ثابتين دون تعطيل. كم دقيقة إضافية يحتاجان بعد انضمام الثاني؟

الإجابة الصحيحة: أ

288 دقيقة

أنجز $1/5 = 2/10$ ، فبقي $4/5$. المعدل المشترك $1/6 = 1/15 + 1/10$. الزمن الإضافي $4.8 = (1/6) \div (4/5)$ ساعة، أي 288 دقيقة.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. صحيح؛ $288 = 4.8 \times 60$ دقيقة للعمل المتبقي فقط.
 ب. هذا الزمن الكلي: 120 دقيقة أولاً ثم 288 دقيقة بعد الانضمام.
 ج. هذا زمن الطلبية كاملة لو بدأ الفريقان معاً؛ جزء منها أنجز بالفعل.
 د. هذا زمن إكمال المتبقي بالفريق الأول وحده، ويتجاهل الفريق الثاني.

موضع الخلط

ميّز الزمن الإضافي من الزمن الكلي منذ بدء الفريق الأول.

السؤال ٨

تعبئ محطة 20 صندوقًا في الساعة، وأخرى 30 صندوقًا في الساعة. إذا عملتا بالتوازي دون تعطيل بمعدلين ثابتين، فكم ساعة تحتاجان لتعبئة 150 صندوقًا؟

الإجابة الصحيحة: د

3 ساعات

المعدل المشترك $50 = 30 + 20$ صندوقًا في الساعة. الزمن $3 = 150 \div 50$ ساعات.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

- أ. هذا الزمن عند استخدام المحطة الثانية وحدها: $150 \div 30$.
- ب. هذا الزمن عند استخدام المحطة الأولى وحدها: $150 \div 20$.
- ج. العدد 50 هو معدل الصناديق في الساعة، وليس عدد الساعات.
- د. صحيح؛ تنتجان 50 صندوقًا كل ساعة، وفي ثلاث ساعات 150 صندوقًا.

موضع الخط

عندما تُعطى المعدلات مباشرة نجمعها؛ لا نأخذ مقلوب كل عدد بلا سبب.

السؤال ٩

تنجز مجموعة من 9 عاملين عملاً في 6 أيام، بمعدلات متساوية وثابتة ويمكن تقسيم العمل دون تعطيل. عمل التسعة يومين، ثم أكمل 6 منهم العمل. كم يوماً استغرق العمل كله منذ البداية؟

الإجابة الصحيحة: ب

8 أيام

العمل الكلي $54 = 6 \times 9$ يوم عمل لفرد واحد. أنجز في اليومين 18، وبقي 36. يحتاج الستة إلى $6 = 36 \div 6$ أيام إضافية. المجموع $8 = 6 + 2$ أيام.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذه الأيام الإضافية بعد مغادرة ثلاثة عاملين، وليست المدة كلها.

ب. صحيح؛ $54 = 6 \times 6 + 2 \times 9$ يوم عمل، والمدة 8 أيام.

ج. هذه الأيام التي كانت ستتبقى لو استمر العاملون التسعة، لكن عددهم انخفض.

د. هذا عدد العاملين في البداية، ولا ينتج عن حساب العمل المنجز والمتبقي.

موضع الخلط

احسب العمل المتبقي قبل تغيير عدد العاملين، ثم أضف الزمن السابق إذا طُلب الكلي.

السؤال ١٠

معدل إنجاز عامل ثانٍ يساوي ضعفي معدل عامل أول. يعملان بمعدلين ثابتين على عمل قابل للتقسيم دون تعطيل، فينتهيانه معًا في 8 ساعات. كم ساعة يحتاج العامل الأول الأبطأ إذا عمل وحده؟

الإجابة الصحيحة: ج

24 ساعة

إذا كان معدل الأول جزءًا واحدًا، فالثاني جزآن، والمشارك ثلاثة أجزاء. في ثماني ساعات ينجز الأول ثلث العمل؛ لذلك يحتاج وحده إلى $24 = 3 \times 8$ ساعة.

لماذا نقبل أو نستبعد كل اختيار؟

أ. هذا زمن العامل الثاني الأسرع منفردًا، لا العامل الأول.

ب. مضاعفة الزمن المشترك تصح لعاملين متساويين في المعدل؛ المعدلان هنا غير متساويين.

ج. صحيح؛ الأول ينجز الثلث في 8 ساعات، والعمل كله في 24 ساعة.

د. المعدل المشترك ثلاثة أمثال معدل الأول، وليس أربعة أمثاله.

موضع الخلط

ضعف المعدل يعني نصف زمن الإنجاز لنفس العمل، وليس ضعف الزمن.

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

معدل الوحدة والنسب المئوية – Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي باللغة الإنجليزية من مجموعة IM القديمة؛ للاستزادة في معنى النسبة.

im.kendallhunt.com

Math in Society – حل المسائل والمعدلات

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6، عن النسب والمعدلات وتحديد المعطيات والافتراضات. أسئلة هلا وسياقاتها أصلية.

www.opentextbookstore.com