

معدلات الإنجاز والعمل المشترك

اجمع ما يُنجز في وحدة الزمن، ثم احسب الزمن المطلوب

تعلم الفكرة، ثم جرّب المثال والتدريب بقلمك. اكتب سبب اختيارك قبل الرجوع إلى دليل الحلول. يمكنك تقسيم الوحدة على أكثر من جلسة.

ما الذي ستتعلمه؟

أحوّل زمن إنجاز عمل كامل إلى معدل إنجاز في الساعة.

أجمع المعدلات المتعاونة وأطرح المعدل المعاكس مع توحيد الوحدات.

أفصل مراحل العمل وأحسب الباقي قبل حساب الزمن الجديد.

الزمن لا يُجمع ليصف سرعة الفريق

إذا أنجز فريق عملاً كاملاً في 6 ساعات بمعدل ثابت، فإنه ينجز $1/6$ من العمل في ساعة. عند مشاركة فريق آخر في العمل نفسه نجمع ما ينجزه الفريقان في الساعة، بشرط إمكان تقسيم العمل وعدم تعطيل أحدهما للآخر. بعد ذلك نقسم العمل المتبقي على المعدل المشترك لنجد الزمن. لا نجمع زماني الإنجاز ولا نأخذ متوسطهما.

خطوات تفكير يمكن شرحها

١. حدد العمل الكامل ووحدة الزمن. اسأل هل المعدلات ثابتة والعمل قابل للتقسيم؟
٢. حوّل كل زمن منفرد إلى معدل: إنجاز العمل في 6 ساعات يعني $1/6$ من العمل في الساعة.
٣. اجمع المعدلات التي تزيد الإنجاز، واطرح المعدل الذي يعاكسه إن صرن السؤال على ذلك.
٤. إذا تغيّر عدد المشاركين أو تأخر أحدهم، احسب ما أنجز في المرحلة الأولى وما بقي منها.
٥. اقسم العمل المتبقي على المعدل الحالي، ثم وحد وحدة الإجابة وافحصها.

موضع الخلط

الوحدة تكشف الخطأ: $1/6$ عمل في الساعة معدل، أما 6 ساعات فزمن. عند جمع فريقين متعاونين يجب أن يكون زمن العمل الكامل أقل من زمن كل فريق منفرد. لا تنطبق هذه النتيجة إذا تعطلا أو كان العمل غير قابل للتقسيم.

مثال محلول ١

فريقان يبدآن معًا

يجهز فريق دفعة من الحقائق في 6 ساعات، ويجهزها فريق آخر في 12 ساعة. يعمل كل فريق بمعدل ثابت، ويمكن تقسيم الدفعة بينهما دون تعطيل. إذا بدأ معًا، فكم ساعة يحتاجان للدفعة كاملة؟

خطوات الحل

معدل الأول $1 / 6$ من الدفعة في الساعة، ومعدل الثاني $1 / 12$.

المعدل المشترك: $1 / 6 + 1 / 12 = 3 / 12 = 1 / 4$ من الدفعة في الساعة.

زمن الدفعة: $4 = (1 / 4) \div 1$ ساعات.

النتيجة

4 ساعات

تحقق من المعنى

في أربع ساعات ينجز الأول $4 / 6$ والثاني $4 / 12$ ؛ ومجموعهما عمل كامل. والزمن أقل من 6 ساعات وأقل من 12 ساعة.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

مثال محلول ٢

المشاركة تبدأ بعد مرحلة منفردة

يجهز فريق دفعة في 6 ساعات، ويجهزها آخر في 12 ساعة. المعدلان ثابتان ويمكن تقسيم العمل دون تعطيل. بدأ الأول وحده ساعتين، ثم انضم إليه الثاني. كم دقيقة إضافية يحتاجان بعد انضمام الثاني لإكمال الدفعة؟

توقف وفكر قبل متابعة الحل

أي كمية يجب حسابها قبل قسمة العمل على المعدل المشترك؟

أ. العمل المتبقي بعد الساعتين

ب. مجموع زمني الفريقين منفردين

ج. متوسط زمني الفريقين

خطوات الحل

إنجاز الأول في ساعتين: $1/3 = (1/6) \times 2$ من الدفعة.

المتبقي: $2/3 = 1 - 1/3$ من الدفعة.

الزمن الإضافي: $8/3 = (1/4) \div (2/3)$ ساعة.

بالدقائق: $160 = (8/3) \times 60$ دقيقة.

النتيجة

160 دقيقة إضافية

تحقق من المعنى

بعد الانضمام ينجزان $4/9$ و $2/9$ من العمل، أي $2/3$. ومع الثلث الأول يكتمل العمل. الزمن الكلي 280 دقيقة، وهو غير الزمن الإضافي المطلوب.

بكلماتك: ما الخطوة الأساسية، وكيف تتحقق منها؟

تدريب مستقل: اختر وفسر

لكل سؤال إجابة واحدة. احتفظ بأثر محاولتك، وحدد ثقتك قبل التصحيح. إن لم تعرف، اكتب ما تحتاج إلى فهمه بدل نسخ الحل.

السؤال ١

يجهز فريق دفعة في 12 ساعة، ويجهزها فريق آخر في 4 ساعات. المعدلان ثابتان ويمكن تقسيم الدفعة بينهما دون تعطيل. كم ساعة يحتاجان إذا بدأ معًا؟

أ. 3 ساعات

ب. 8 ساعات

ج. 16 ساعة

د. 4 ساعات

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٢

تستطيع آلة تجهيز طلبية في 15 ساعة، وأخرى تجهيز الطلبية نفسها في 10 ساعات. تتقاسمان العمل بمعدلين ثابتين دون تعطيل. ما زمن الإنجاز معًا؟

أ. 5 ساعات

ب. 12.5 ساعة

ج. 6 ساعات

د. 25 ساعة

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٣

ينجز فريقان عملاً قابلاً للتقسيم في 4 ساعات معاً بمعدلين ثابتين دون تعطيل. إذا كان الأول ينجزه منفرداً في 12 ساعة، فكم ساعة يحتاج الثاني منفرداً؟

أ. 8 ساعات

ب. 6 ساعات

ج. 3 ساعات

د. 16 ساعة

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٤

يدخل الماء إلى خزان فارغ بمعدل ثابت يكفي لملئه في 6 ساعات. وفي الوقت نفسه يخرج الماء بمعدل ثابت يعادل سعة الخزان في 18 ساعة. افترض ثبات التدفقين طوال الملاء وعدم وجود فقد آخر. كم ساعة يستغرق امتلاؤه؟

أ. 4.5 ساعة

ب. 6 ساعات

ج. 18 ساعة

د. 9 ساعات

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٥

تنجز 4 آلات متطابقة طلبية في 18 ساعة. إذا استُخدمت 6 آلات من النوع نفسه، وكل آلة تعمل بالمعدل الثابت نفسه دون تعطيل، فكم ساعة تحتاج الطلبية؟

أ. 27 ساعة

ب. 12 ساعة

ج. 18 ساعة

د. 8 ساعات

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٦

ينجز فريق أول عملاً في 8 ساعات، والثاني في 12 ساعة. عملاً معاً ساعتين بمعدلين ثابتين، مع إمكان تقسيم العمل دون تعطيل. ما الكسر الذي يمثل العمل المتبقي؟

أ. $5 / 12$

ب. $1 / 6$

ج. $7 / 12$

د. $5 / 6$

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٧

ينجز فريق أول طلبية في 10 ساعات، والثاني في 15 ساعة. بدأ الأول وحده ساعتين، ثم عملاً معاً بمعدلين ثابتين دون تعطيل. كم دقيقة إضافية يحتاجان بعد انضمام الثاني؟

أ. 288 دقيقة

ب. 408 دقيقة

ج. 360 دقيقة

د. 480 دقيقة

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٨

تعبى محطة 20 صندوقاً في الساعة، وأخرى 30 صندوقاً في الساعة. إذا عملتا بالتوازي دون تعطيل بمعدلين ثابتين، فكم ساعة تحتاجان لتعبئة 150 صندوقاً؟

أ. 5 ساعات

ب. 7.5 ساعة

ج. 50 ساعة

د. 3 ساعات

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ٩

تنجز مجموعة من 9 عاملين عملاً في 6 أيام، بمعدلات متساوية وثابتة ويمكن تقسيم العمل دون تعطيل. عمل التسعة يومين، ثم أكمل 6 منهم العمل. كم يوماً استغرق العمل كله منذ البداية؟

أ. 6 أيام

ب. 8 أيام

ج. 4 أيام

د. 9 أيام

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

السؤال ١٠

معدل إنجاز عامل ثانٍ يساوي ضعفي معدل عامل أول. يعملان بمعدلين ثابتين على عمل قابل للتقسيم دون تعطيل، فينهيانه معاً في 8 ساعات. كم ساعة يحتاج العامل الأول الأبطأ إذا عمل وحده؟

أ. 12 ساعة

ب. 16 ساعة

ج. 24 ساعة

د. 32 ساعة

ثقي قبل التصحيح: واثق / متردد / تخمين

انقل الفكرة إلى موقف آخر

هل ينخفض زمن مراجعة تقرير إلى النصف بمجرد إضافة مراجع ثانٍ؟ ربما يستطيعان تقسيم الصفحات، وربما يحتاج كل منهما إلى قراءة التقرير كله أو إلى انتظار الآخر. قبل استعمال معدل مشترك، ابحث عن وصف العمل الذي يبرر الجمع.

بعد التصحيح: ماذا ستغيّر؟

سؤال أعود إليه / سبب تعثري / الخطوة التي سأجربها

عد إلى الفكرة بعد أيام

هذه مواعيد مقترحة؛ حرّكها بما يناسبك، وابدأ من الذاكرة قبل فتح المثال.

غداً: اشرح لماذا نجمع مقلوبي الزمنين عند إنجاز عمل كامل، لا الزمنين نفسيهما.

بعد ثلاثة أيام: حل مسألة فيها مرحلة منفردة، واكتب العمل المنجز والمتبقي قبل حساب الزمن.

بعد أسبوع: امزج مسألة عمل مع مسألة تناسب عكسي، واذكر شروط كل نموذج.

أمثلة وشروح وأسئلة أصلية من إعداد هلا سكول. المراجع العامة للاستزادة، وليست مصدرًا لأسئلة اختبار رسمي.

مراجع للاستزادة

معدل الوحدة والنسب المئوية – Illustrative Mathematics

مرجع تأسيسي باللغة الإنجليزية من مجموعة IM القديمة؛ للاستزادة في معنى النسبة.

im.kendallhunt.com

Math in Society – حل المسائل والمعدلات

مرجع إنجليزي من تأليف David Lippman، إصدار 2.6، عن النسب والمعدلات وتحديد المعطيات والافتراضات. أسئلة هلا وسياقاتها أصلية.

www.opentextbookstore.com